

# Al fuoco, al fuoco!

Scuola secondaria di primo grado Monteverdi-Colorni – Milano

Classe: 2<sup>F</sup>

Insegnanti di riferimento: Barbara Benedetti, Flavia Marin

Ricercatore: Silvia Cafiero

Ragazzi partecipanti: Sara Anelli, Beatrice Bonetti, Axel Ceron, Vincenzo Antonio Colella, Alessio Crinieri, Ahmed El Sakhawy, Sara Frisone, Nicola Luciano Geraci, Alessandro Giglia, Matteo Ieraci, Kenneth Malinverno, Cristle Arlette Mendoza, Leonardo Moroso, Francesco Negri, Christian Oliva, Leonardo Pajoli, Omar Roberto Peña, Michele Piane, Loredana Martina Pupo, Elena Roda, Carola Francesca Volpi, Lucia Zanti

*Il comandante del corpo dei vigili del fuoco di una zona boschiva ha notato che negli ultimi tempi il numero di incendi è andato aumentando, così che a volte la sua squadra si trova impreparata ad affrontare la grande quantità di emergenze. Ritiene quindi che un'analisi della propagazione degli incendi con strumenti matematici possa costituire un valido aiuto per migliorare la prevenzione e comprendere meglio come intervenire.*

Quest'anno, noi alunni della classe 2<sup>F</sup> abbiamo partecipato ad un progetto Math En Jeans proposto dal centro *matematita* dell'Università degli Studi di Milano. Un giorno Silvia, la ricercatrice *Math en Jeans* che ci ha guidato nel nostro percorso, è venuta a scuola e ci ha proposto questo problema. L'obiettivo del nostro lavoro, chiamato "Al fuoco, al fuoco!", consisteva dunque nell'aiutare i vigili del fuoco a programmare degli interventi per ridurre al minimo i danni degli incendi. Silvia ci ha chiesto di studiare come si propaga e si evolve il fuoco e se è possibile sapere gli alberi che bruceranno alla fine dell'incendio e gli alberi che sopravviveranno.

Dagli studi delle caratteristiche del terreno e della conformazione del territorio effettuati nella zona in cui opera in collaborazione con la guardia forestale, il comandante aveva comunicato che, con buona approssimazione, la propagazione del fuoco seguiva alcune semplici regole:

1. se a un dato istante un albero è in fiamme, all'istante successivo saranno in fiamme tutti gli alberi che si trovano immediatamente a Nord, Sud, Est ed Ovest di esso (ove questi siano presenti);
2. se un albero è in fiamme, all'istante successivo smette di bruciare e diventa cenere.

Per lavorare su questo problema ci serviva un modello per rappresentare una foresta.

La prima proposta è stata quella di rappresentare gli alberi con dei cerchietti colorati, poi però abbiamo deciso di raffigurare le foreste con griglie a quadretti, così ogni cella (anche quelle che indicano spazi vuoti) veniva rappresentata allo stesso modo, cosa che non sarebbe successa scegliendo come modello degli alberi i cerchietti colorati.

I colori di cui ci siamo serviti per rappresentare simbolicamente gli alberi e gli spazi vuoti sono:

- **VERDE** = alberi vivi;
- **ROSSO** = alberi in fiamme;
- **NERO** = alberi in cenere;
- **BIANCO** = radure o altri spazi privi di alberi.

Ci siamo divisi in gruppi di 4-5 persone e ognuno ha disegnato le sue griglie sul proprio quaderno.

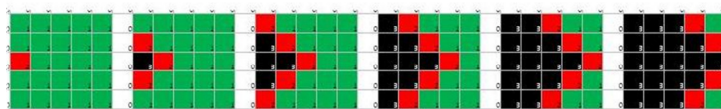


Abbiamo iniziato a lavorare dapprima su griglie piene 3x3, poi su griglie sempre più grandi. Alcuni hanno anche cominciato a disegnare griglie su fogli elettronici. Abbiamo notato che se una griglia ha il lato di un numero pari di quadretti (senza spazi), non esiste una cella centrale, se invece la griglia ha il lato di un numero dispari di quadretti, allora esiste una cella centrale.



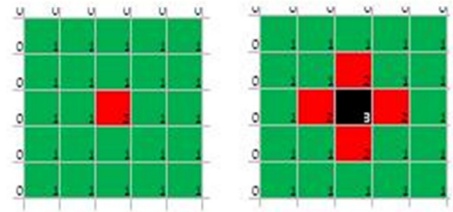
Poi abbiamo provato a vedere cosa succede se si cambia la cella da cui parte l'incendio:

- se l'albero che prende fuoco per primo è situato nel centro del bosco, il bosco brucia più velocemente perché le fiamme si diramano contemporaneamente in quattro direzioni (N – S – E - O);
- se invece l'albero in fiamme è ai margini del bosco, il fuoco avanza solo in due o al massimo tre direzioni e l'incendio si espande più lentamente.

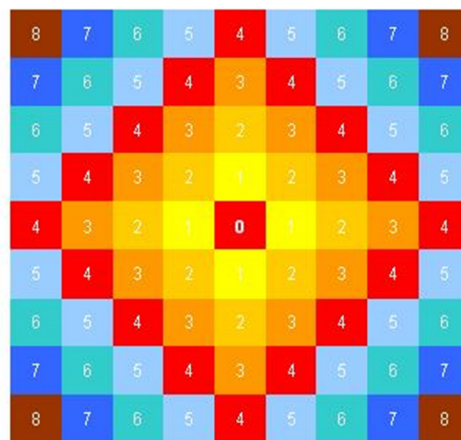


Quando abbiamo cercato di comunicare a Silvia attraverso il forum le nostre osservazioni, ci siamo accorti che non tutti contavamo i passaggi nello stesso modo. Allora Silvia ci ha spiegato che era importante accordarci su ciò che intendevamo dire, cioè stabilire delle convenzioni. Così siamo giunti a questa conclusione:

- consideriamo come stato iniziale (istante\_0) quello in cui il primo albero sta bruciando;
- chiamiamo passaggio\_1 quello in cui quell'albero diventa cenere e quelli a Nord, Sud, Est e Ovest di esso stanno bruciando.



Studiando le griglie abbiamo scoperto un metodo più veloce per lavorare, ossia indicare gli alberi in fiamme ad un certo passaggio con il numero che indica il passaggio stesso.



In questo modo abbiamo scoperto la **REGOLA DELLA PROPAGAZIONE**: in una griglia piena di lato dispari, se il fuoco parte dal centro ad ogni passaggio il numero degli alberi incendiati segue la numerazione del 4.

Proseguendo nelle nostre osservazioni e servendoci anche di una tabella, abbiamo cercato di capire come si evolve l'incendio in queste griglie, cioè per quanti passaggi il fuoco si espande, in quanti si estingue e il passaggio in cui è in fuoco il numero massimo di alberi, che abbiamo poi chiamato punto di massima espansione. Abbiamo scoperto che:

- quando il fuoco "tocca" per la prima volta il perimetro della foresta brucia un numero  $x$  di alberi;
- al passaggio successivo brucerà lo stesso numero  $x$  di alberi;
- dal passaggio seguente il numero di alberi in fiamme diminuirà secondo i multipli di quattro.

Tutte queste osservazioni ci hanno portato alla scoperta della **REGOLA DELLA MASSIMA ESPANSIONE**: nelle griglie piene con lato dispari, se il fuoco parte dal centro e si considera come istante zero quello in cui il primo albero è in fiamme, bisogna considerare il numero  $n$  di passaggi necessari per bruciare tutta la griglia, togliere l'ultimo (in cui tutti gli alberi diventano cenere) e dimezzare la differenza ottenuta: **il numero dei passaggi in cui si raggiunge la massima espansione è dato dalla formula  $(n-1)/2$ .**

A questo punto ci siamo chiesti quanti passaggi occorrono perché bruci tutta la griglia. Abbiamo notato che se il fuoco parte dal centro in una griglia piena di lato dispari, i passaggi che impiegherà a bruciare completamente sono uguali al numero di alberi presenti lungo il lato della foresta.

Nelle griglie con lato pari invece, se l'incendio parte da uno dei quattro alberi centrali, la foresta brucia completamente in tanti passaggi quanto è il numero che esprime la misura del lato + 1.

Per aiutarci a verificare i nostri risultati, e facilitarci il lavoro, Silvia ci ha spiegato come usare il foglio elettronico inserendo una determinata formula per simulare gli incendi su griglie di lato crescente: così il computer calcolava velocemente i passaggi successivi, dopo aver scelto da dove l'incendio cominciava.

La formula è la seguente:

=SE(B3=1;SE(O(B2=2;A3=2;C3=2;B4=2);2;B3);SE(B3=2;3;B3)).

I numeri scritti dopo il segno = corrispondono ai diversi colori scelti precedentemente con valore simbolico (0 = bianco, 1 = verde, 2 = rosso, 3 = nero). La formula inserita in una cella stabilisce quale colore questa deve assumere a seconda dei valori al passaggio precedente della cella stessa e delle caselle che la circondavano a N – S – E – O.

Ci è bastato inserirla nella prima casella di un foglio Excel e applicarla a un'area di più caselle (una griglia) per scoprire quali alberi sarebbero stati bruciati e quali no, e mettendo più griglie di seguito abbiamo ottenuto lo sviluppo dell'incendio.

Prima di compiere queste operazioni abbiamo dovuto circondare le griglie di caselle con 0 (zero) per far funzionare la formula.

I risultati ricavati con queste simulazioni confermavano le nostre scoperte.

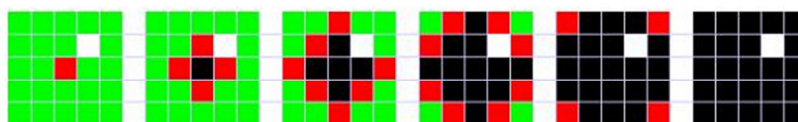
A un certo punto abbiamo poi cominciato a pensare cosa sarebbe avvenuto se fossero comparsi elementi quali: vento, pendii, corsi d'acqua, radure... Ma Silvia ci ha spiegato che dovendo lavorare su un modello matematico occorre muoversi con cautela e occorre stabilire regole ben precise, introducendo fattori nuovi poco per volta. Così ci ha suggerito di cominciare a considerare foreste non più piene ma con radure.

Seguendo il suo consiglio abbiamo osservato che:

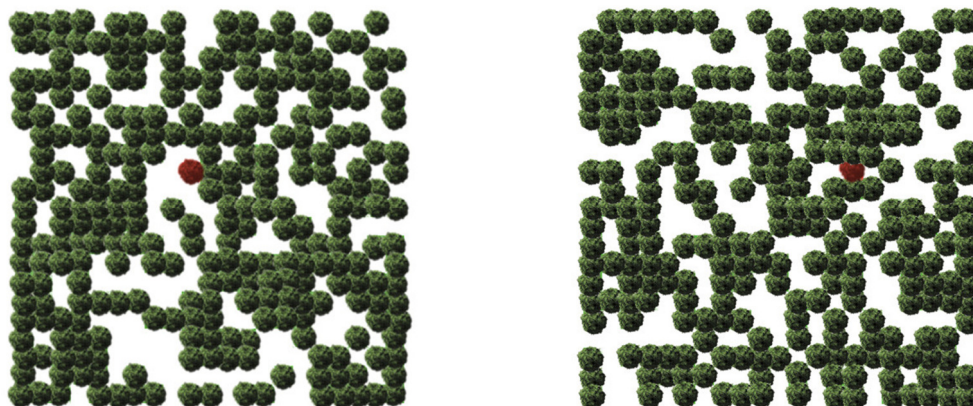
- se alcuni alberi sono circondati da spazi vuoti (e il fuoco non parte da essi), allora non vengono bruciati.



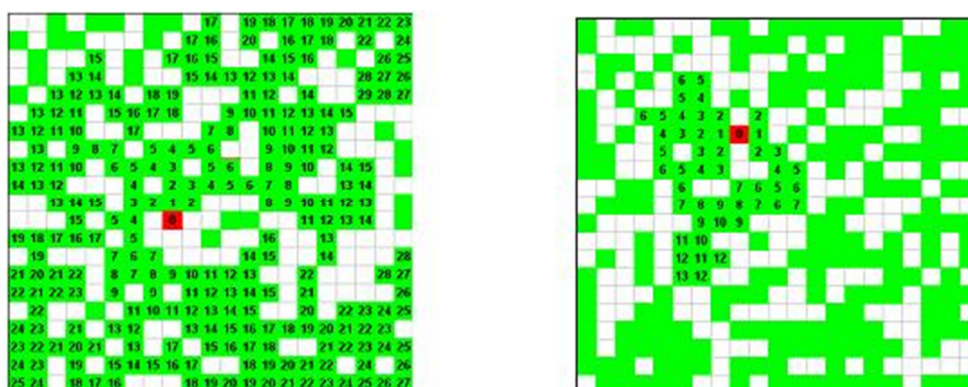
- se nella griglia uno spazio vuoto è circondato da alberi, non bloccherà lo sviluppo dell'incendio.



A proposito di griglie con spazi, ci vengono in mente le prime griglie donateci da Silvia, due modelli di foreste che ci sembravano un po' complicati: ora era giunto il momento di riprenderli per lavorarci su.



Usiamo i modelli a quadretti per rappresentare le due foreste.



Conteggi ed osservazioni dei vari gruppi ci portano a dire che:

- nella prima griglia bruciano più alberi che nella seconda, il fuoco si estingue in 30 passaggi, ci sono 160 caselle vuote e 281 alberi;
- nella seconda griglia bruciano meno alberi, il fuoco si estingue in 14 passaggi, ci sono 182 caselle vuote e 259 alberi.

Silvia ci ha spiegato che il rapporto tra il numero di alberi e il totale delle caselle che formano la griglia può essere definito **densità** e conviene esprimerlo in percentuale.

$$d = \frac{\text{numero degli alberi}}{\text{numero delle caselle della griglia}} \times 100$$

La prima foresta ha quindi  $d = 64\%$  e la seconda ha  $d = 59\%$ .

Per studiare l'effetto del fattore densità, Silvia ci ha fornito un programma costruito con Netlogo che consente di simulare incendi lavorando su griglie molto grandi e impostando diversi valori di densità, per poter così raccogliere più dati ed eseguire una semplice analisi statistica.

Funziona così:

- si sceglie la densità;
- il computer genera una griglia;

- si trascrive il totale di alberi “vivi”;
- si fa partire l’incendio;
- si trascrive il totale di alberi bruciati alla fine dell’incendio;
- si calcola la percentuale di alberi bruciati rispetto agli alberi totali;
- si fa la media tra i risultati delle prove fatte.

Noi abbiamo fatto una decina di prove e abbiamo riportato i dati così ottenuti in una tabella: nella prima colonna c’è la densità e nell’altra c’è la percentuale (media) di alberi bruciati.

| Densità | % alberi bruciati |
|---------|-------------------|
| 10      | 0,15              |
| 20      | 0,15              |
| 30      | 0,18              |
| 40      | 0,16              |
| 50      | 0,74              |
| 60      | 27,45             |
| 70      | 97,95             |
| 80      | 98,23             |
| 90      | 99,98             |
| 100     | 100               |

Riportando i dati in un grafico, si vede che per valori di densità tra 50 e 70 c’è un balzo nella percentuale di alberi bruciati.



Allora abbiamo ripetuto il procedimento impostando valori di densità tra 50 e 70 e abbiamo costruito un nuovo grafico dove si può notare che la grande differenza di alberi bruciati compare per valori di densità che vanno da 55 a 70. Da questi valori in poi, infatti, gli alberi risultano quasi tutti bruciati.



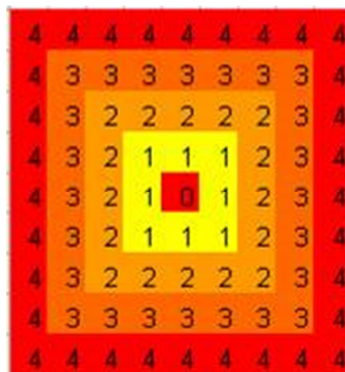
Silvia ci ha detto che il valore esatto per cui “scatta” l’incremento improvviso si chiama **soglia di percolazione**: non l’abbiamo identificato con precisione, ma abbiamo trovato l’intervallo in cui è compreso.

Ad una domanda non siamo riusciti a rispondere, forse perché eravamo allo scadere del tempo: “Se invece non fossi interessato a sapere il numero preciso di passaggi, posso in qualche modo identificare o evidenziare dall’inizio quali alberi saranno bruciati alla fine del processo e quali no?”. Ci rimane quindi uno spunto per proseguire le nostre ricerche...

Concludendo, al comandante dei Vigili del Fuoco possiamo dire che per prevenire la massima espansione di un incendio boschivo, bisogna controllare con più frequenza le zone con maggiore numero di alberi vicini tra loro. Oltre la soglia critica (localizzata tra 55% e 70%) bisognerebbe circoscrivere tempestivamente la zona per evitare l’“effetto domino” e prevedere ad esempio delle barriere di materiale non infiammabile che interrompano il passaggio del fuoco per contatto diretto tra una fila di piante ed un’altra.

In sintesi, questo progetto ci ha permesso di vedere come la matematica possa essere utilizzata per modellizzare la realtà. Per svolgere più facilmente alcuni compiti ci siamo serviti di alcuni programmi al computer che ci hanno permesso di conoscere che cosa significa simulare e proiettare. Il nostro modello è un buon inizio, ma per prevedere meglio cosa succede sarebbe opportuno inserire altri fattori.

Una prima modifica (su cui abbiamo lavorato un po’ nell’ultimissima parte) è considerare la seguente regola: se un albero è in fiamme, all’istante successivo il fuoco si espande non solo agli eventuali alberi a N, S, E e O di questo, ma anche in diagonale.



Ma così cominceremmo un’altra storia...