Xla Tangente online
percorsi nella matematica

n. 2
gennaio 2015

MaTeinItaly
La mostra continua

Matrix a MateMondo

W la MateScuola!

Editore
© Università degli Studi di Milano - Centro "matematita"

Grafica e impaginazione
Giovanni Querques
info@querques.it

Segreteria di redazione
Dipartimento di Matematica "F. Enriques"
Università degli Studi di Milano
Via Saldini 50, Milano
E-mail: redazione@perlatangente.it
Fax: 02 50316090
www.xlatangente.it

Autorizzazione del Tribunale di Milano del 14 maggio 2014
Registro n. 166

Hanno collaborato a questo numero
Sisto Baldo
Giulia Bernardi
Alessandro Cattaneo
Filippo Favale
ForMATH
Maurizio Giaffredo
Laura Grechi
Stefano Mancini
Riccardo Moschetti
Giovanni Naldi
Cesco Reale
Alessandra Renieri
Carlo Toffalori

Traduzioni a cura della Redazione
Illustrazione della rubrica punto fisso *di* Luca Usai
La rubrica La via delle immagini *è a cura di* Paola Gallo *e* Giovanni Querques

XlaTangente pubblica sia lavori su invito dei redattori sia materiale inviato alla redazione – che si riserva la decisione di pubblicarlo. La pubblicazione è subordinata a una revisione redazionale. La responsabilità del contenuto scientifico di ogni lavoro è esclusivamente degli autori. I lavori vanno inviati su cd-Rom alla segreteria di redazione, accompagnati da una versione cartacea e indicando nella prima pagina titolo, nome e cognome del/degli autore/i (per esteso), eventuale Istituto di appartenenza, indirizzo, numero di telefono, numero di fax e indirizzo e-mail a cui spedire le bozze ed eventuali comunicazioni.

La rivista può essere *scaricata* e *stampata* gratuitamente dal sito www.xlatangente.it.
Copie cartacee possono essere realizzate a richiesta. Per ulteriori informazioni scrivere all'indirizzo abbonamenti@perlatangente.it.

Questo numero è stato chiuso in redazione il 30 gennaio.

2
gennaio
2015

Immagine di copertina
di Cristina Chiappini

sommario

Punto fisso

a cura di Luca Usai

Luca Usai è illustratore e vignettista.
Collabora con le case editrici Disney Italia e Piemme

editoriale

Ecco... la musica è finita, gli amici se ne vanno... e sono restate scatole accatastate, pannelli pitturati e oggetti da stoccare. Domenica 23 novembre 2014 ha chiuso la mostra *MaTeinItaly. Matematici alla scoperta del futuro* allestita alla Triennale di Milano dal 14 settembre.

In 10 settimane, quasi 40.000 visitatori hanno dedicato un po' del loro tempo alla matematica. Fra loro, studenti di qualsiasi ordine e grado, docenti di scuola primaria e secondaria, docenti e ricercatori universitari, appassionati di numeri e curiosi di modelli o, più semplicemente, persone bloccate dai propri ricordi scolastici che, alla fine del percorso espositivo, si sono accorte dell'esistenza di un nuovo punto di vista da cui apprezzare questa disciplina e le persone che di professione se ne occupano.

C'è chi è rimasto affascinato dalla bellezza della matematica e chi ha scoperto, quasi sperandoci, un lato creativo e fantasioso nel modo di fare ricerca e di affrontare i problemi che i matematici cercano di risolvere, siano essi concreti (come la modellizzazione del traffico o la rappresentazione su una carta geografica del globo terrestre) o astratti (come lo studio degli spazi che hanno più delle "solite" tre dimensioni).

Indimenticabili, per tutti noi, sono stati i tentativi dei pompieri in servizio di risolvere il rompicapo noto come la torre di Hanoi, uno dei tanti giochi presenti in mostra. Indimenticabile, per me, la richiesta di un custode della Triennale di spiegargli un altro gioco, Quarto, perché non l'aveva mai visto. E la lista potrebbe continuare a lungo: incontri come questi hanno accompagnato, e allietato, le dieci settimane di lavoro degli animatori – i ragazzi della maglietta gialla – che hanno "messo in mostra" capacità e competenze che, forse, non pensavano di avere ma che *MaTeinItaly* ha riconosciuto e sviluppato.

E in futuro? Altri allestimenti in programma? Un'esposizione permanente? A queste, che sono state alcune delle domande più frequenti nelle ultime settimane di apertura, non ci sono ancora risposte. Per ora è bello per me condividere con i lettori di *XlaTangente* il successo (non credo che si possa fare altro se non chiamarlo in questo modo) della mostra facendo parlare in questo fascicolo alcuni dei suoi protagonisti e mostrandone taluni aspetti poco "canonici".

Ma chi preferisce la classica *XlaTangente* non si preoccupi. Può occuparsi di crittografia quantistica leggendo l'articolo di Stefano Mancini e Carlo Toffalori o di alcuni aspetti della modellizzazione matematica leggendo quello di Giovanni Naldi. Oppure può seguire la nascita di alcune nuove iniziative: dal "bar matematico" alla "carta di Dresda".
C'è spazio per tutti, come al solito del resto.

Buona lettura
Gilberto Bini

PiGreco Il luogo Ideale

di Giulia Bernardi

"Cosa vuoi fare da grande?"
"Aprire un bar matematico!"
"… e cosa sarebbe?"

Tre anni fa, fresca di laurea triennale e alle prese con i primi esami della laurea magistrale ho iniziato a chiedermi cosa volessi fare da grande. Lo studio della matematica mi stava appassionando e sicuramente non avrei voluto rinunciarci; mi piaceva lavorare nell'ambito dell'educazione, ma ero poco attratta dalla carriera di insegnante e avrei voluto portare l'ambiente universitario anche fuori dal dipartimento di matematica.
Ho iniziato a leggere esperienze di altri matematici, a curiosare su internet, a confrontarmi con una mia amica e compagna di studi e a fantasticare in libertà… Così è nata l'idea di inventarci il nostro lavoro, che unisse tutte le nostre passioni e i nostri interessi: un bar matematico! Proprio come i caffè letterari dei secoli scorsi erano luoghi di ritrovo tra intellettuali, di discussione e di scambi culturali, noi abbiamo immaginato un luogo dedicato principalmente alla matematica, dove poter studiare, ricevere aiuto, discutere dimostrazioni, imparare cose nuove, giocare, divertirsi e trascorrere del tempo insieme ai propri amici. Abbiamo immaginato uno spazio da poter gestire e

dove poter avere un ruolo attivo (che un giorno avrebbe potuto trasformarsi in lavoro a tempo pieno): organizzazione di conferenze, supporto e aiuto nello studio, creazione di laboratori per bambini, collaborazione con le scuole e altre associazioni… Per rendere l'idea di tutto quel che avevamo in mente, abbiamo trovato il nome adatto: *PiGreco – Il Luogo Ideale*.
"PiGreco" perché è facile da ricordare, è un numero molto famoso e fa pensare subito alla matematica, anche a chi non ne sa niente e ha solo vaghi ricordi scolastici.
"Il Luogo Ideale" perché abbiamo pensato agli ideali studiati nei corsi di algebra in università. Gli ideali sono degli insiemi con una proprietà molto interessante: moltiplicando un elemento dell'ideale per qualsiasi altro elemento (anche non appartenente all'ideale) il prodotto che ne risulta è ancora un elemento dell'ideale! Abbiamo reinterpretato questa proprietà immaginando che tutte le persone coinvolte in *PiGreco*, e quindi appassionate di matematica, possano coinvolgere anche le persone esterne e insieme entrare nel Luogo Ideale!

L'elaborazione di tutte queste idee ci ha tenute occupate per alcuni mesi, così nel frattempo abbiamo dato esami, preparato una tesi e terminato anche la laurea magistrale. Era arrivato il momento di decidere cosa fare, avremmo voluto realizzare il nostro progetto ma non ci era molto chiaro dove e come partire. Abbiamo avuto fortuna e partecipato a un progetto dell'unione europea, che sembrava fatto apposta per noi: "Take The Field! Young build their

own lifelong project" (http://www.youthideas.eu/). Così per alcuni mesi ci siamo confrontate con altri ragazzi, abbiamo raccontato la nostra idea, ricevuto consigli e deciso come muoverci nell'immediato futuro.

A giugno, dopo aver coinvolto altre tre ragazze (rigorosamente non matematiche, per iniziare da subito a comportarci come elementi di un ideale!) abbiamo fondato un'associazione: PiGreco – Il luogo Ideale. Siamo partite con un'associazione, un po' per cautela, ma soprattutto per iniziare a fare esperienze, raccogliere materiali, coinvolgere persone e farci conoscere in giro. Lo scopo, dichiarato nello statuto è il desiderio di condividere e diffondere la passione per la matematica con altre persone: da 0 a 99 anni.

Per iniziare a farci conoscere e fare pubblicità al nuovo sito (http://pigreco.luogoideale.org/) e ai nostri contatti, la nostra prima iniziativa è stata "#selfiemath, fatti un selfie con la matematica". L'idea è quella di fare una foto con "qualcosa" di matematico e condividerlo sulla nostra pagina *facebook*. L'obiettivo è lanciare una sfida a individuare dove si possa trovare la matematica, come la si possa usare o interpretare. Ci sono selfie di classe con la prof (molto giovane) di matematica, ricordi delle vacanze, testimonianze di pomeriggi di studio o di esami da dover affrontare, autoscatti con giochi… Tra i miei preferiti, quello di Michela dal titolo "se la matematica non ti entra in testa, la tua testa entra nella matematica".

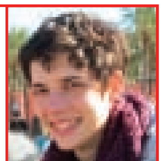
Dopo pochi giorni dalla fondazione, come prima attività concreta abbiamo realizzato dei laboratori matematici per bambini dai 3 ai 5 anni! Abbiamo pensato di approfittare di una fascia d'età non ancora influenzata dalla scuola e dall'associazione matematica-compiti. Seguendo il tema del centro estivo, la fattoria, abbiamo fatto giocare i bambini con frutta e verdura per introdurli al concetto di classificazione e di confronto delle quantità; abbiamo insegnato a contare seguendo le api negli alveari; abbiamo creato animali e personaggi con le forme geometriche.

Durante l'estate abbiamo iniziato a creare anche un gioco, questa volta rivolto a un pubblico adulto… o quasi. Abbiamo pensato a un gioco in scatola con cui mettersi alla prova: da domande a risposta multipla ad attività di mimo, dalla richiesta di creare oggetti con materiale di recupero alla risoluzione di indovinelli, tutto rigorosamente a tema matematico! Abbiamo testato la prima versione del gioco con i nostri amici: un gran successo scoprire che la squadra più forte era quella dove non c'era neanche un matematico! Ma soprattutto un gran divertimento vedere come con cannucce e carta di giornale si possa costruire una piramide o una sfera o come si possa far indovinare la parola "fattorizzare" utilizzando il mimo.

Dopo questi pochi mesi di attività abbiamo preparato anche uno stand "Matematica da asporto" da poter utilizzare in eventi di vario tipo (ad esempio a fine settembre lo abbiamo portato al Castello Sforzesco per l'evento "Con il Sud sostenibile" http://www.conilsud.it/) e che permetta ai passanti di portarsi a casa un po' di matematica. È possibile sia costruire qualcosa (tangram, origami, braccialetti a nastri di Möbius…), sia sfidare i propri amici e imparare qualcosa di nuovo sulla matematica.

Per il nuovo anno, abbiamo alcuni progetti in corso ma per scaramanzia… non rivelerò niente! Certo, per ora non siamo un bar matematico, ad essere onesti non abbiamo neanche un luogo dove coinvolgere le altre persone. Però ci stiamo dando da fare, stiamo imparando e migliorando e speriamo un giorno di poter avere l'esperienza necessaria (e un po' di fortuna) per gestire uno spazio interamente dedicato alla matematica, meno formale di un museo e meno istituzionale di un'università, aperto e accogliente proprio come … un bar!
Se volete continuare a seguire questa storia e scoprire insieme a noi il nostro futuro, potete seguire le nostre imprese sul nostro sito o sulla pagina *facebook* (https://www.facebook.com/pigreco.luogoideale). Mandateci consigli e suggerimenti, sono sempre ben accetti e se volete mandarci il vostro sostegno, attendiamo un #selfiemath!

Giulia Bernardi
Laureata in Matematica presso l'Università di Milano Bicocca, è dottoranda al Politecnico di Milano, dove si sta occupando di teoria dei giochi. Interessata agli aspetti divulgativi della matematica, è una fondatrice dell'associazione *PiGreco – Il Luogo ideale*.
giuliabernardi@gmail.com



Immagini da https://www.facebook.com/pigreco.luogoideale

ForMATH Project

Un entusiasmo irriducibile per la matematica

a cura dello staff di ForMATH

How I met science! è il nome accattivante di un progetto universitario pensato e realizzato dagli "scienziati irriducibili", un gruppo di studenti dell'Università di Ferrara. L'iniziativa, che riprende il nome dalla famosa serie *How I met your mother*, è rivolta a giovani universitari, appassionati di matematica e scienze, temi di cui vorrebbero un giorno diventare divulgatori. Abbiamo intervistato Alessandro Spagnuolo, dottorando in Didattica della Matematica, fra gli ideatori del progetto.

Come è nato il progetto?
L'idea di questo progetto è nata, dal punto di vista organizzativo, dal fondo culturale dell'Università di Ferrara. Il nostro occhio già allenato ci ha permesso di cogliere questa grande opportunità, e non appena l'informa-studenti ha pubblicizzato il bando (il cui finanziamento totale prevede 60mila euro per tutte le attività autogestite da studenti), abbiamo seguito il famoso motto *carpe diem*. Parlo al plurale perché il tutto è nato discutendone con la mia collega Elisa Miragliotta (una "scienziata irriducibile" con la quale avevo già collaborato nella precedente esperienza di cicli formativi presso l'Università di Bari).

Come è strutturato il progetto?
Il progetto si focalizza sulla divulgazione e formazione scientifica. Si concluderà entro la fine dell'anno accademico 2014/2015 ed è suddiviso in 3 fasi:
- fase 1: formazione;
- fase 2: sperimentazione nelle scuole;
- fase 3: conclusione.

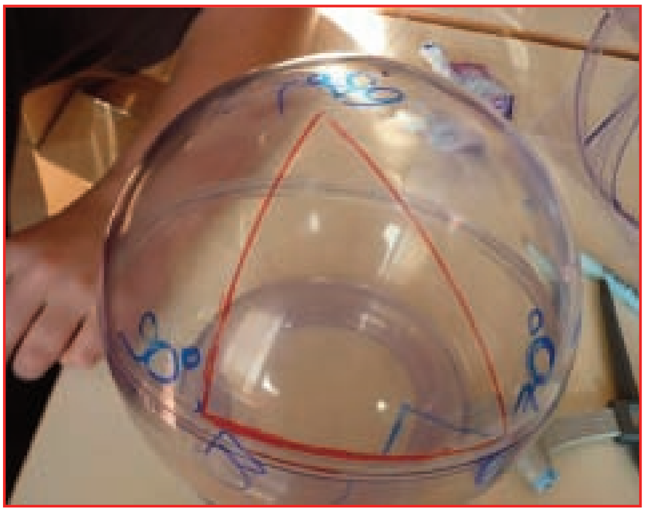
Il manifesto del progetto *How I met science!*

Al momento siamo nella prima fase. Abbiamo contattato gli esperti di ForMATH, con cui avevamo già collaborato in passato, e abbiamo programmato con loro 4 incontri su temi specifici, sia a livello di contenuti che di forme di comunicazione.

In particolare, quali contenuti andate ad approfondire?
Ci siamo focalizzati sulla forte relazione della matematica con la realtà. Abbiamo scelto temi accattivanti, coinvolgendo tutti gli studenti universitari interessati. Uno degli argomenti che stiamo trattando è la geometria sferica, di solito non affrontata a scuola, luogo in cui ci si limita allo studio della geometria euclidea. La matematica è molto più vasta di quella che si è soliti vedere tra i banchi di scuola e a noi piacerebbe dimostrare questo agli studenti. Se ci pensiamo, il pianeta su cui viviamo è di forma sferica. Possiamo, quindi, affermare che la geometria sferica è la nostra realtà quotidiana; pensate, ad esempio, alle rotte tracciate dagli aerei.
Un ulteriore argomento che affronteremo a breve è la matematica in rete, collegata con i *social network*, che dominano la nostra società moderna. Daremo poi uno sguardo alla probabilità che c'è dietro i giochi d'azzardo.

La sperimentazione nelle scuole, invece, come sarà svolta?
L'idea è quella di portare in ogni istituto scolastico un laboratorio e di dare l'opportunità alle scuole di partecipare alla fase conclusiva in cui sarà documentato l'intero progetto; sarebbe impossibile, infatti, presentare tutti i laboratori a tutte le classi in un singolo incontro.
Andremo a presentare il nostro progetto, per il momento, in alcuni istituti della provincia di Ferrara, con i quali abbiamo già avuto dei contatti in passato, grazie ai professori che ci hanno fatto da *tutor* durante il nostro periodo di tirocinio. Per noi è una fase molto importante, perché ci permetterà di sperimentare con decine e decine di alunni una didattica laboratoriale.

La terza fase, quella conclusiva, è quindi, come dicevi, un modo per portare in superficie il lavoro svolto?
Sì, diciamo che la fase finale è pensata come un evento aperto alla città per mostrare le cose fatte durante gli incontri. Abbiamo l'idea di una manifestazione in piazza, con vari *stand* in cui presentare a un pubblico più ampio i laboratori. Vorremmo un po' svecchiare l'idea che si ha



della matematica, cercando di far apprezzare a grandi e piccoli gli intrecci che questa disciplina ha con la quotidianità, con la cultura e la tecnica; pensiamo che tutto ciò sia possibile, anche grazie all'utilizzo di materiali manipolabili per sottolinearne l'aspetto ludico.

Il progetto si concluderà quindi con l'anno accademico, o già ci sono idee per il futuro?
L'idea è quella di continuare negli anni successivi: se il progetto funziona, possiamo richiedere il finanziamento, citando quanto già fatto. Quindi, per adesso, ci concentriamo su quest'anno scolastico. Non nascondiamo, però, il desiderio che questo progetto abbia un seguito.

Ultima domanda, solo per sciogliere una curiosità: il nome "gli scienziati irriducibili" a cosa si ispira?
È un nome particolare, che descrive la nostra forte passione per la matematica. Rappresenta il risultato di un intreccio di due mondi slegati tra loro: da un lato c'è quello degli *ultras* negli stadi, per sottolineare quanto siamo "sfegatati"; dall'altro lato, invece, c'è quello dei polinomi irriducibili, appartenenti al mondo della matematica.

Non so se conta, ma c'è una frase che dice "do it with passion or do it not at all" e penso che per voi questo non sia un problema. Se la passione e l'entusiasmo portano davvero al successo, potete arrivare lontano.

A che ora passa il mio autobus?

Una mostra sui tempi di attesa

di Alessandro Cattaneo, Filippo Favale e Riccardo Moschetti

L'edizione 2014 del Festival della Scienza di Genova si è tenuta dal 24 ottobre al 2 novembre scorso e ha avuto come filo conduttore il "Tempo". Il tema è stato interpretato in modi diversi e da diverse discipline come la chimica, la fisica e la metereologia. In totale, tra mostre, laboratori e conferenze, gli eventi proposti sono stati circa 300

Figura 1. La mostra "A che ora passa il mio autobus?" di Curvilinea

Il Festival, come ogni anno, ha avuto visitatori molto diversi tra loro: dalle famiglie con bambini agli appassionati, ai gruppi scolastici. Le giornate assumono sempre un'atmosfera particolare, proprio grazie all'interazione con i visitatori, e si respira un'aria di partecipazione, coinvolgimento e scambio di idee che è di stimolo e soddisfazione per chi vi prende parte. Quest'anno in particolare, il Festival ha accompagnato Genova nel superamento delle grandi difficoltà dovute al maltempo che si è abbattuto sulla città poco prima dell'inizio della manifestazione. Anche noi, come *Curvilinea*, abbiamo vissuto questa atmosfera tutta particolare con la nostra mostra "A che ora passa il mio autobus?" (Fig. 1).

Grande è stato l'interesse dei nostri visitatori, che hanno apprezzato la scelta di una tematica ancora poco "esplorata" a scuola come quella della teoria della probabilità. La mostra, infatti, si è inserita nel filone di eventi legati al "Tempo" perché presenta al pubblico i "tempi di attesa" in chiave matematica: non tutti sanno che molti fenomeni che sperimentiamo tutti i giorni possono essere studiati alla luce di modelli probabilistici e che il tempo

Figura 2. L'istogramma mostra il variare della probabilità che esca un 1 esattamente all'ennesimo lancio di un dado a 6 facce

di attesa di un dato evento può essere visto come quello che in matematica si chiama *variabile aleatoria*.

La nostra mostra si apre con un'esperienza con i dadi, per rompere il ghiaccio: si inizia con due domande legate al tempo di attesa necessario perché il lancio di un dado dia come esito un 1. Quante volte in media dobbiamo lanciare un dado prima che esca un 1? Dovendo scommettere sul numero esatto di lanci necessari perché esca un 1, su che numero scommettereste? Apparentemente queste domande sembrano chiedere la stessa cosa, ma non fatevi ingannare: la risposta alla prima domanda è 6, mentre la (miglior) risposta alla seconda è 1! Il motivo è da cercare in alcune caratteristiche della variabile aleatoria che regola il tempo di attesa di questo evento: la *variabile aleatoria geometrica*. Lanciamo i dadi e scopriamo che cosa succede... (Fig. 2)

Per presentare al pubblico un altro degli *exhibit* della mostra abbiamo iniziato con la domanda "Come si può spiegare la frequenza dei "tic" di un contatore Geiger?". Un contatore Geiger è uno strumento che segnala, solitamente con un suono oppure con una luce lampeggiante, il passaggio di radiazioni di tipo ionizzante. Avvicinando al contatore materiali più o meno radioattivi la quantità delle radiazioni che si trovano nell'aria aumenta e quindi aumenta anche la frequenza dei "tic" emessi, come i nostri visitatori hanno potuto constatare quando abbiamo mostrato loro dei sassolini... di vetro all'uranio! Tranquilli però: si tratta di un materiale con scarsissime percentuali di composti di uranio che veniva utilizzato anche per oggetti di uso domestico (ricordate i bicchieri della bisnonna che sbrilluccicavano alla luce del sole?). Ma che cosa centrano i "tic" di un contatore Geiger con i tempi di attesa? (Fig. 3)

Diciamo che possiamo immaginare il nostro vetro all'uranio come composto da moltissime particelle, ciascuna con una probabilità molto bassa di emettere una radiazione. Naturalmente questa è una semplificazione, un modello della realtà, ma è ragionevole: nel vetro ci sono moltissimi atomi e le rilevazioni effettuate con il contatore hanno una frequenza molto bassa; quindi, se le particelle avessero una probabilità alta di emettere una radiazione, ci sarebbero moltissimi "tic" tutti ravvicinati. Matematicamente si può studiare un sistema con una descrizione simile, in cui ogni singolo atomo si comporta come un dado con tantissime facce e la radiazione viene emessa quando esce il numero 1 (un evento poco probabile, se le facce sono molte).
Se andiamo a contare i "tic" emessi in un dato intervallo di tempo e ripetiamo il conteggio molte volte, scopriamo che l'andamento è ben descritto dalla *variabile aleatoria di Poisson*.
Se invece siamo interessati a modellizzare il tempo che intercorre tra due emissioni successive con lo stesso *framework* appena presentato, la variabile aleatoria che si ottiene è quella che viene chiamata *esponenziale*.
Queste variabili aleatorie vengono utilizzate per modellizzare diversi fenomeni, come l'arrivo di telefonate a un centralino, i fotoni raccolti da un fotodiodo, le richieste di pagine a un sistema informatico, addirittura i goal segnati in una partita di calcio. (Fig. 4)

Da dove viene quindi il titolo della mostra? Alcune delle simulazioni principali che vi sono presentate sono modelli in cui si descrivono gli arrivi di un autobus alla fermata. Si comincia con un esempio molto semplice in cui, in assenza di traffico, un autobus arriva alla fermata esattamente ogni 10 minuti. Supponiamo dunque di essere un utente della linea che arriva alla fermata a un orario qualsiasi. In questa situazione per quanto si dovrà aspettare l'autobus? Chiaramente, questa domanda non ha una risposta univoca: ci sarà chi, più fortunato, arriva subito prima dell'autobus e quindi aspetta poco tempo e chi, più sfortunato, si vedrà chiudere le porte in faccia e dovrà aspettare 10 minuti prima di prendere il successivo. In media, un utente deve aspettare proprio la metà dell'intervallo tra due passaggi successivi dei bus: 5 minuti nel nostro caso. Per mo-

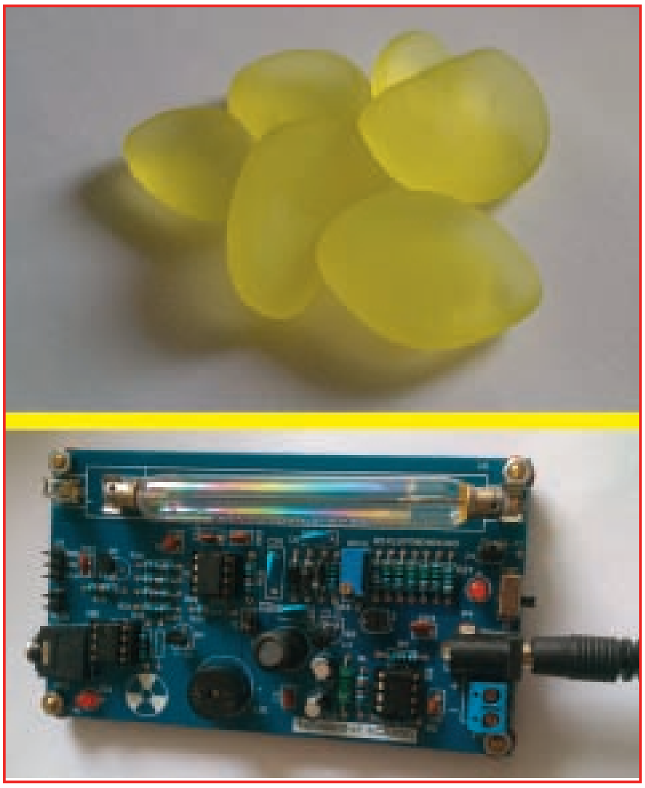


Figura 3. Sopra i "sassolini" di vetro all'uranio e sotto il contatore Geiger utilizzati in mostra

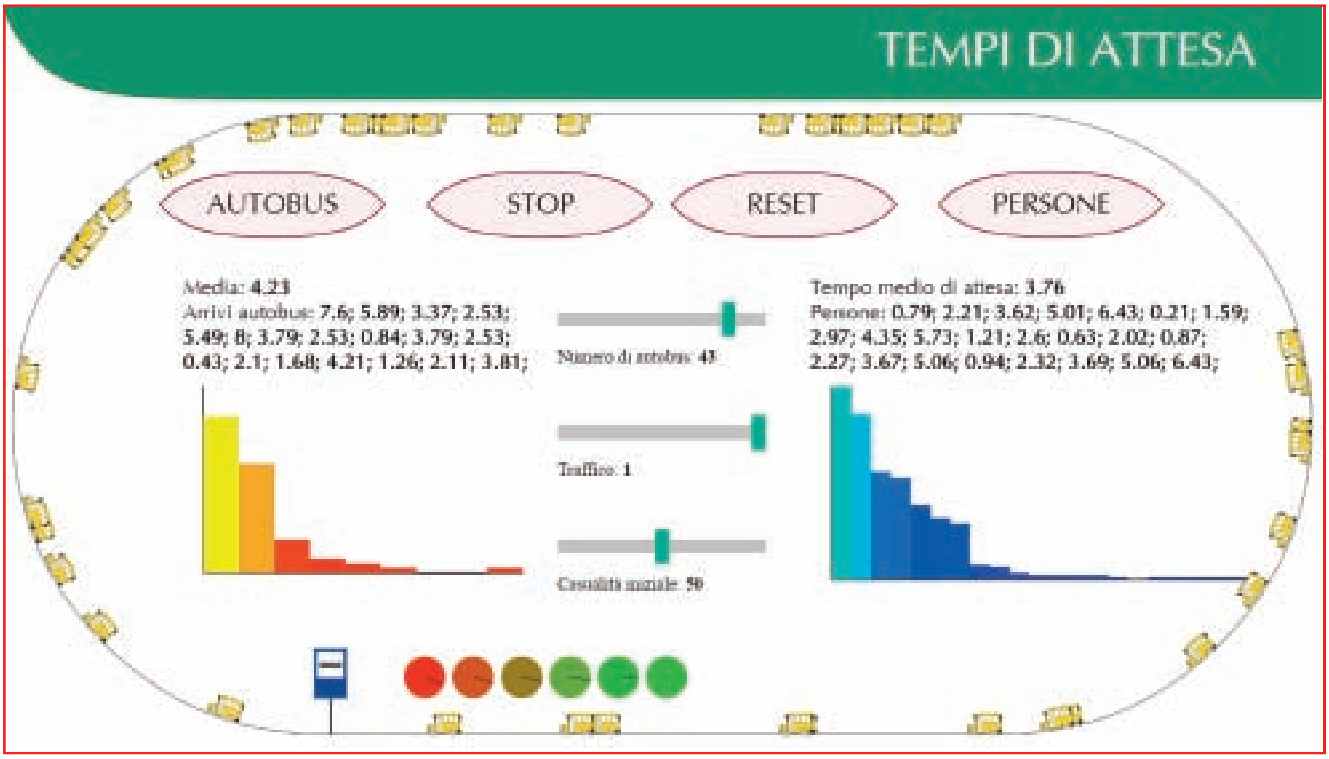


Figura 4. Il programma utilizzato per simulare i tempi di attesa alla fermata di un autobus

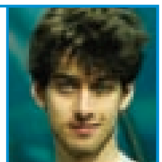
strare questo fatto e quello che succede in casi più complicati abbiamo realizzato delle simulazioni interattive con le quali i visitatori hanno potuto cimentarsi. Supponiamo, ad esempio, di cambiare modello: abbiamo più autobus che percorrono la stessa linea e, a causa del traffico e non potendo superarsi, non possono che rallentare. La simulazione suggerisce che il comportamento degli autobus segue proprio l'andamento di una variabile aleatoria che abbiamo già visto: l'esponenziale. A causa del traffico, inoltre, gli autobus non passano a intervalli regolari, proprio come spesso riscontriamo anche nella realtà: talvolta ne passano due o tre insieme, talvolta bisogna aspettare parecchio. Il programma calcola automaticamente la media del tempo che intercorre tra due passaggi successivi dell'autobus e questa rimane comunque di 10 minuti, cioè pari alla frequenza, ma la cosa sorprendente è che anche il tempo medio di attesa dei passeggeri tende ad avvicinarsi a 10 minuti all'aumentare del traffico!

Tante altre esperienze compongono la mostra e non è nostra intenzione essere esaustivi in queste poche pagine, soprattutto per il fatto che ogni esperienza è sempre affiancata a un programma interattivo che perde molto del suo valore se viene soltanto descritto! Possiamo anzi dire che la mostra che abbiamo realizzato è principalmente composta da programmi interattivi: questo è stato possibile grazie ai *monitor touch screen* e ai *tablet* che ci sono stati messi a disposizione da Hannspree Italia, che sarà *partner* tecnico di Curvilinea per un anno.

Lasciateci concludere questo breve articolo dicendo che la scelta di fare una mostra sulla teoria delle probabilità è stata una grande sfida che ci ha dato tanti grattacapi, ma soprattutto molte più soddisfazioni! Ci siamo dovuti scontrare con parecchie convinzioni, non sempre corrette, che le persone hanno sulla probabilità e con la difficoltà di presentare un argomento molto astratto e difficile da "far sperimentare" al pubblico.

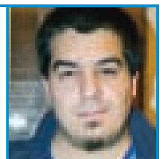
Uno dei nostri obiettivi è quello di "far toccare con mano" la matematica agli studenti: per questo, come tutte le nostre iniziative, anche questa mostra è stata progettata per essere riallestita direttamente negli istituti scolastici. Seguiteci online sulla pagina facebook di Curvilinea (https://www.facebook.com/curvilineasc) e sul nostro sito (http://www.curvilinea.org) per sapere dove verrà allestita la mostra e per restare aggiornati sulle nostre iniziative!

Riccardo Moschetti
Ha concluso il dottorato in Matematica e Statistica presso l'Università degli Studi di Pavia dopo essersi laureato presso l'Università degli Studi di Milano, dove ha conosciuto il Centro *matematita* con il quale tuttora collabora.
rmoschetti@gmail.com



Alessandro Cattaneo
Iscritto al corso di Laurea magistrale in Matematica all'Università degli Studi di Milano, collabora dal 2008 con il Centro *matematita*.
alessandro.cattaneo@curvilinea.org

Filippo Favale
È *postdoc* presso la Fondazione Bruno Kessler. Da diversi anni collabora con la rivista *XlaTangente* e con il Centro *matematita* di Milano. È uno dei fondatori dell'associazione culturale *Curvilinea*, attiva nell'ambito della divulgazione scientifica.
filippo.favale@curvilinea.org



MateScuola

Simmetrie e superfici minime periodiche

di Sisto Baldo

Le superfici minime sono oggetti matematici esteticamente bellissimi e con una nobile e lunga tradizione: sono studiate almeno dal 1744 (data della scoperta del catenoide da parte di Eulero, seguita dopo qualche decennio da quella dell'elicoide da parte di Meusnier)

La motivazione per studiare questi enti geometrici nasce dalla ricerca di superfici che abbiano area minima tra tutte quelle che hanno un certo contorno assegnato (problema di Plateau).
Per esempio, il catenoide[1] è la superficie di area minima tra tutte quelle il cui bordo è dato da due cerchi paralleli sufficientemente vicini (Figura 1, versione interattiva in [A]): essa può essere fisicamente realizzata in modo molto semplice, immergendo due fili metallici a forma di cerchio in acqua saponata. Infatti le pellicole di sapone, a causa della tensione superficiale, tendono a minimizzare la loro area: l'indagine delle loro proprietà è stata una forte motivazione per lo sviluppo della teoria delle superfici minime!

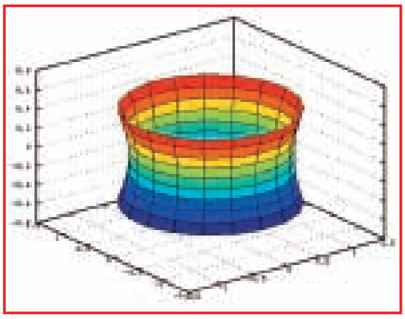


Figura 1. Il catenoide è la superficie di area minima tra due cerchi paralleli abbastanza vicini

Dal punto di vista matematico, le superfici di area minima hanno la proprietà di avere *curvatura media* nulla in tutti i loro punti: vedremo tra un momento cosa questo significa. Per estensione, qualunque superficie la cui curvatura media sia zero in tutti i punti viene chiamata *superficie minima* (indipendentemente dal fatto che abbia o meno area minima tra tutte quelle con il suo stesso bordo). In particolare, a causa di questa definizione "estesa", non tutte le superfici minime possono essere realizzate come film di sapone. In effetti, solo piccole porzioni di molti degli esempi di superfici minime simmetriche che vedremo possono essere ottenute con acqua saponata e filo metallico.

Sisto Baldo
Professore associato di analisi matematica dell'Università di Verona, si occupa del calcolo delle variazioni e della teoria geometrica della misura. Da molti anni si interessa anche di comunicazione, visualizzazione e didattica della matematica.
sisto.baldo@univr.it

Ma cerchiamo di capire qual è il significato geometrico della curvatura media, e come il suo annullarsi possa essere interpretato, in un certo senso, come una proprietà di simmetria locale della superficie.
Data una superficie liscia[2], fissiamo un suo punto e consideriamo la retta normale alla superficie per questo punto dato (in verde nella Figura 2, versione interattiva in [A]).

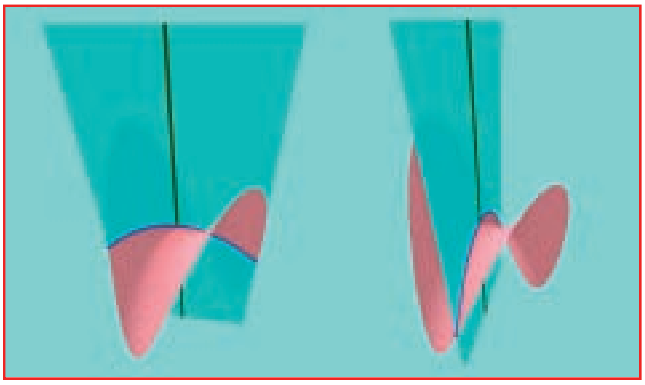


Figura 2. Due diverse sezioni normali di una superficie in un suo punto

Scegliamo poi un *piano normale*, ossia un qualunque piano che contenga la retta normale: esso taglierà la superficie in una curva piana che si chiama *sezione normale*. La *curvatura* della sezione normale è la curvatura normale corrispondente al piano normale scelto[3].

A ciascuna delle curvature normali è possibile attribuire un segno se scegliamo arbitrariamente un'orientazione della retta normale: il segno sarà positivo se la sezione normale si incurva nella direzione della retta normale, negativo altrimenti.

Esaminando la curvatura normale per tutti i possibili piani normali, ne troveremo uno per cui essa è massima e uno per cui essa è minima (e si dimostra che questi due piani sono ortogonali): le corrispondenti curvature normali si chiamano *curvature principali* (Figura 3). La *curvatura media* è, per definizione, la media aritmetica delle curvature principali.

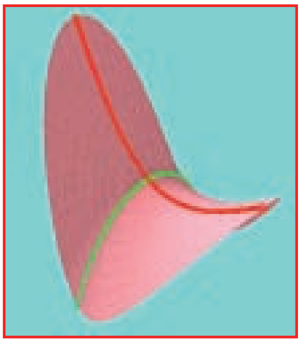


Figura 3. Le sezioni normali cui corrispondono le curvature principali

In particolare, una superficie ha *curvatura media* nulla in un punto se le due curvature principali sono uguali in modulo e di segno opposto: la "massima curvatura verso l'alto" è uguale alla "massima curvatura verso il basso" nel punto dato.

Le superfici minime sono caratterizzate da questa proprietà locale di simmetria in tutti i punti: in particolare, se non sono piane esse hanno ovunque una forma "a sella".

Principi di riflessione e simmetrie nelle superfici minime

È forse sorprendente il fatto che la proprietà di "simmetria locale" che costituisce la definizione di superficie minima (cioè l'esatto bilanciamento delle curvature principali in tutti i punti), rechi come conseguenza alcuni principi di simmetria macroscopici, che vedremo agire negli esempi che seguono.

Valgono infatti i seguenti *principi di riflessione di Schwarz*:

Primo principio di riflessione

Sia S una superficie minima liscia il cui bordo contenga un segmento di retta e sia S* la superficie simmetrica ad S ottenuta ruotando S di mezzo giro attorno a tale segmento. Allora l'unione S∪S* è una superficie minima liscia: S e la sua simmetrica si "attaccano bene" lungo il segmento e producono una superficie minima globale.

Viceversa, se una superficie minima completa[4] contiene un segmento di retta, allora è simmetrica rispetto a tale segmento.

Per esempio, la frontiera della superficie minima a sinistra in Figura 4 contiene due segmenti (giacenti sulla stessa retta). Se giustapponiamo alla superficie la sua simmetrica rispetto alla retta, otteniamo una bella superficie minima più grande.

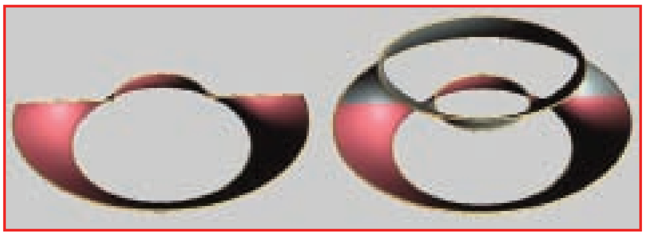


Figura 4. Esempio di applicazione del primo principio di riflessione di Schwarz

L'esempio in figura è dovuto a Frank Morgan [E]: ha consentito a quell'autore di mostrare che, in certi casi, vi è una drammatica mancanza di unicità delle soluzioni del problema di Plateau. Infatti, la superficie minima a destra ha come frontiera quattro cerchi coassiali. Qualunque rotazione attorno all'asse di un angolo inferiore a π lascia fissa la frontiera ma "cambia" la superficie in un'altra congruente. (Per maggiori dettagli, si vedano l'animazione [B] oppure la versione interattiva in [A]).

Il secondo principio di riflessione riguarda la possibilità di riflettere specularmente una superficie minima attraverso un piano:

Secondo principio di riflessione

Sia S una superficie minima liscia, il cui bordo comprende un tratto di curva contenuta in un piano Π. Supponiamo inoltre che la superficie, in tutti i punti di questa curva, sia ortogonale al piano Π e chiamiamo S* la simmetrica di S rispetto a Π. Allora l'unione S∪S* è una superficie minima liscia. Viceversa, se una superficie minima completa è tagliata ortogonalmente da un piano, allora è simmetrica rispetto a tale piano.

Il secondo principio di riflessione è applicabile, per esempio, al catenoide in Figura 1: trattandosi di una superficie di rotazione, tutti i piani che contengono l'asse sono infatti piani di simmetria.

Un'osservazione: La validità dei due principi di riflessione di Schwarz è legata agli stretti e affascinanti legami che sussistono tra le superfici minime e la teoria delle funzioni analitiche di variabile complessa.

Questi sono stati messi in evidenza dalle formule di rappresentazione di Enneper-Weierstrass, scoperte nel XIX secolo (si veda per esempio [D]).

Esempi di superfici minime simmetriche e periodiche

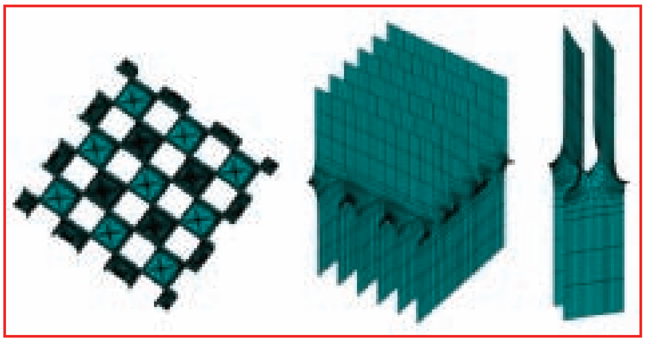


Figura 5. La superficie minima di Scherk doppiamente periodica ("scacchiera")

Un bell'esempio di superficie minima in cui si possono osservare entrambi i principi di simmetria è la superficie di Scherk doppiamente periodica, dovuta a H. Scherk (1798-1885). Essa è il grafico di una funzione di due variabili, la cui espressione esplicita è

$$z = \log\left(\frac{\sin x}{\sin y}\right).$$

La funzione è periodica sia nella variabile x che nella variabile y ed è definita sui "quadrati neri" di una scacchiera di passo π nel piano $z = 0$: le condizioni di esistenza del logaritmo impongono infatti che sin$x$ e sin$y$ abbiano lo stesso segno. Sui lati dei quadrati della scacchiera, la funzione diverge a $+\infty$ o a $-\infty$. In Figura 5 possiamo vedere alcune porzioni di questa superficie (la prima delle quali, vista dall'alto evidenzia la struttura a scacchiera; per una versione interattiva vedi [A]).

Tutte le rette verticali con $x = k\pi$, $y = n\pi$ (cioè passanti per i vertici dei quadrati della scacchiera) sono rette di simmetria della superficie, come lo sono i piani verticali del tipo $x = \pi/2 + k\pi$ oppure $y = \pi/2 + n\pi$.

Un'altra notevole classe di superfici minime dovute a Scherk è costituita dalle torri di selle (Figura 6). Si tratta di superfici periodiche in una sola direzione (verticale in figura) che presentano evidenti rette di simmetria (orizzontali): grosso modo, le superfici raffigurate assomigliano a stelle di 2 e 3 piani che si intersecano con angoli uguali... ma questi sono periodicamente "increspati" e "sforacchiati" in modo da ottenere curvatura media nulla in tutti i punti!

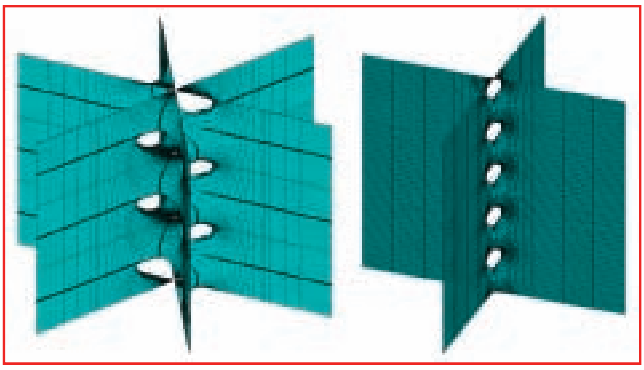


Figura 6. Torri di selle di Scherk (periodiche in una sola direzione)

Vi è in realtà una stretta parentela tra la scacchiera di Scherk e la prima delle torri di selle raffigurate: si tratta infatti di superfici minime coniugate. Omettiamo la definizione, troppo tecnica: essa implica però che è possibile deformare con continuità la prima superficie, passando attraverso una famiglia di superfici minime, fino a trasformarla nella seconda (si veda il filmato [C] oppure la versione interattiva in [A]).

Concludiamo mostrando due esempi, dovuti ancora a H.A. Schwarz, di superfici minime che si ripetono periodicamente in tre direzioni ortogonali: da sinistra, in Figura 7 vediamo una parte della *superficie D di Schwarz*, una sua cella periodica, parte della *superficie P di Schwarz* e una sua cella periodica. Entrambe queste affascinanti superfici (per le quali rette e piani di simmetria abbondano!) hanno la caratteristica di spezzare lo spazio tridimensionale in due labirinti non comunicanti tra loro e congruenti (versioni interattive della superficie D e della superficie P in [A]).

Quelli mostrati sono solo alcuni degli innumerevoli esempi di superfici minime periodiche e/o simmetriche: altre possono essere viste nella raccolta interattiva [A] o nell'archivio online di Matthias Weber [F].

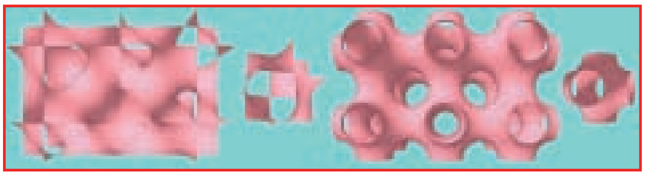


Figura 7. Esempi di superfici minime con tre periodi scoperte da Schwarz

Note

1 Si tratta della superficie di rotazione che si ottiene facendo ruotare un arco di catenaria attorno ai suoi estremi. La catenaria, a sua volta, è la forma che assume un filo ideale per effetto del proprio peso.
2 Per ogni punto di una superficie di questo tipo sono ben definiti il piano tangente e la retta normale alla superficie, che variano con continuità.
3 Ricordiamo che la curvatura di una curva piana in un suo punto è definita come il reciproco del *raggio di curvatura*, ossia del raggio del cerchio che meglio approssima la curva nel punto dato (cerchio osculatore).
4 In altri termini, questo significa che la superficie è senza bordo e "non ulteriormente prolungabile" a una superficie minima più ampia.

Per saperne (o vederne...) di più

[A] S. Baldo, *Gallery of minimal surfaces*, http://profs.sci.univr.it/~baldo/tjs/, Una raccolta online di modelli WebGL interattivi di superfici minime.
[B] ----------, *Morgan's minimal surface*, https://www.youtube.com/watch?v=bw0X0IZuvPo, Modello interattivo di un esempio di non unicità dovuto a F. Morgan.
[C] ----------, *Scherk's minimal surface*, https://www.youtube.com/watch?v=64yvY6Wmbeo&feature=youtu.be, Deformazione della superficie di Scherk nella torre di selle.
[D] U. Dierkes, S. Hildebrandt, and F. Sauvigny, *Minimal surfaces. Revised and enlarged second edition. With assistance and contributions by A. K uster and R. Jakob*, Springer, Heidelberg, 2010.
[E] F. Morgan, *A smooth curve in R^3 bounding a continuum of minimal manifolds*, Arch. Rational Mech. Anal. 75 (1981), 193-197.
[F] M. Weber, *Minimal surface archive*, http://www.indiana.edu/~minimal/archive/index.html, Un'ampia collezione online di superfici minime.

MateMondo

La prima *M.A.T.R.I.X. conference*

di Alessandra Renieri

Con la rivoluzione scientifica in atto è sorta l'esigenza di pensare a nuove tecniche di comunicazione legate alla Matematica. I quotidiani hanno ormai appuntamenti settimanali per far conoscere a un vasto pubblico i *big* viventi della Matematica, liberandoli dalla "muffa antiquata" che li circondava fino a pochi decenni fa. I musei scientifici stanno crescendo, sollecitati dalla costante richiesta di un pubblico che ha voglia di conoscere e capire. Non c'è evento locale dove non compaia qualche manifestazione legata alla Matematica. Oltre al fatto che si tratta anche di una forma di *business* da non sottovalutare, si ricorre alla Matematica perché, in realtà, la società attuale ha bisogno dei principi della matematica prima che delle sue scoperte: regole-concentrazione-impegno-rete.

In questi ultimi decenni, grazie alla diffusione dei programmi scientifici nei *mass media*, molti studiosi matematici si sono messi in gioco, uscendo dal loro isolamento, per far respirare ad altri le loro idee, organizzando incontri e promuovendo la comunicazione scientifica.

A Dresda, dal 18 al 20 Settembre 2014, il Museo della Matematica (MoMath) di New York e l'Erlebnisland Mathematik di Dresda, con la partnership del KoSMO (Comitato per la modellizzazione, simulazione e ottimizzazione della matematica, che funge da *network* per il programma "Mathematics for Innovation in Industries and Services" creato dal Ministero dell'Educazione e della Ricerca BMBF) e dell'Imaginary (piattaforma open per la comunicazione interattiva della matematica) hanno organizzato la prima M.A.T.R.I.X Conference.

L'acronimo del nome, Mathematics Awareness Training Resource & Information eXchange, chiarisce al meglio gli obiettivi dell'incontro: conoscere e riconoscere i diversi approcci della comunicazione della Matematica, portare all'evidenza le interazioni esistenti fra le varie comunità di studio e quelle museali, favorirne delle nuove, studiare le similarità e le differenze fra le istituzioni presenti alla conferenza e in generale nel mondo. In una parola: FARE RETE. Una rete che abbracci i matematici da tutto il mondo, perché il linguaggio della Matematica, nella sua unicità, non conosce né bandiere né barriere.

Due grandi obiettivi sostengono l'esigenza di far rete:

- favorire la sensibilizzazione del Grande Pubblico alla Matematica;
- educare alla collaborazione per il raggiungimento di fini comuni.

Il fitto programma di Dresda ha dato spazio sia a incontri specialistici che a momenti conviviali. 15 relatori hanno presentato le loro esperienze e alcuni oggetti delle loro attività museali (o di mostre itineranti – come il Magic Mathworks Travelling Circus) e James Tanton, Günter Ziegler e Keith Devlin sono stati i protagonisti delle tre *lectiones* serali presso il Mathematik-Hörsaal della TU di Dresda.

Al congresso hanno partecipato esperti da tutto il mondo: dal Giappone (Università di Osaka), dal Brasile (Università di San Paolo, Università Federale di Minas Gerais e Matematica), dagli

Stati Uniti (MoMath), dalla Russia ("The world of Mathematic") e soprattutto dai paesi europei: Francia (Animath, Cité des Sciences), Germania (Mathematikum, MFO, Passau Math Museum, Inspirada,...), Spagna (MMACA), Portogallo (Actractor Association), Repubblica Ceca (Techmania Sciences Center), Irlanda (Math Weeks), Serbia (Centre of promotion of Sciences) e Italia ("matematita" e Università di Camerino).

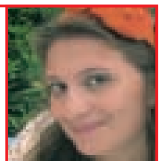
Il congresso ha creato uno scambio osmotico fra i partecipanti: l'entusiasmo di noi giovani si è arricchito delle esperienze dei grandi comunicatori, che hanno messo a disposizione la loro decennale esperienza. Ringraziamo tutti per l'attenzione e la disponibilità che hanno mostrato verso i giovani. Un ringraziamento particolare a Jean-Michel Kantor, che ha presentato il suo bilancio professionale degli anni trascorsi, quando ha concepito la sezione matematica della *Cité des Sciences* a Parigi e ha realizzato la meravigliosa esposizione itinerante "Horizons mathématiques", precorritrice delle mostre itineranti moderne "hands-on".

Il matematico Daniel Ramos e la giurista Anne Lauber-Rönsberg hanno presentato la *Carta di Dresda*, codice di comportamento per interazioni e scambi fra musei/mostre della Matematica. Una proposta concreta per dare seguito al congresso, con la volontà unanime di ripetere questa esperienza ogni due anni, e nel 2016 di ospitarla, forse, in Italia.

L'incontro di Dresda ha lasciato un segno vivace in chi scrive e ha fatto nascere molte idee... tanto per cominciare la rubrica MateMondo in *XlaTangente* per dialogare con i curiosi, gli esperti e i giovani sulle attività nazionali e internazionali che veniamo a conoscere grazie alla rete.

Buon lavoro a tutti!

Alessandra Renieri
Laureata nel 2012 in Matematica e Applicazioni presso l'Università di Camerino, ora dottoranda in Matematica presso la stessa Università, si occupa di fluidodinamica computazionale e biomimetica. Tra i suoi progetti a breve termine, c'è la collaborazione con alcuni professori, ricercatori, dottorandi e studenti della sua Università per creare un gruppo di ricerca in comunicazione scientifica.
alessandra.renieri@unicam.it



Modelli matematici, ovvero una finestra spalancata sul mondo

di Giovanni Naldi

"Nella concezione assiomatica, la matematica appare in sostanza come una riserva di forme astratte, le strutture matematiche, e accade, senza che si sappia bene perché, che certi aspetti della realtà sperimentale si plasmino entro alcune di queste forme, come per una sorta di preadattamento. Non si può negare, beninteso, che la maggior parte di queste forme avesse originariamente un contenuto intuitivo ben determinato; ma è proprio svuotandole volontariamente di questo contenuto che si è saputo dar loro tutta l'efficacia potenziale che avevano, e che le si è rese suscettibili di ricevere interpretazioni nuove, e di esercitare pienamente il loro ruolo di elaborazione."

(N. Bourbaki, "L'architecture des mathématiques", in F. Le Lionnais, "Les grands courants de la pensée mathématique", Cahiers du Sud, Parigi, 1948)

"...i primi e più antichi problemi scaturiscono dall'esperienza e sono suggeriti dal mondo dei fenomeni esterni. [...] *Ma, nello sviluppo di un ramo della matematica, la mente umana, incoraggiata dal successo delle soluzioni che ha trovato, prende coscienza della propria indipendenza. Crea da se stessa problemi nuovi e fecondi, nella maniera più felice, spesso senza un'influenza dall'esterno apprezzabile, soltanto per associazione logica, per generalizzazione e particolarizzazione, separando e di nuovo riunendo idee.* [...] *Nello stesso tempo, mentre il potere creativo della pura ragione è al lavoro, il mondo esterno fa sentire di nuovo la sua influenza, ci impone nuove domande nate dall'esperienza reale, apre nuovi campi della Matematica* [...] *E mi sembra che sia proprio su questi scambi ricorrenti tra pensiero ed esperienza che si appoggiano le numerose e sorprendenti analogie, e quell'armonia apparentemente prestabilita, che il matematico così spesso percepisce nelle domande, nei metodi e nelle idee dei vari rami della sua Scienza."*

(D. Hilbert, *Mathematische Probleme*, Parigi, 1900, 2° Congresso Internazionale dei Matematici; si veda la traduzione completa della conferenza e l'elenco dei 23 problemi a questo link http://www.xlatangente.it/upload/files/problemi_1900.pdf)

Proviamoci ancora: "un modello matematico è...", difficile a dirsi oggi. Sembrerebbe una cosa semplice, ma già il termine "modello" è un termine pluridisciplinare con una vasta gamma di significati nelle arti, in architettura, nella tecnologia e, naturalmente, in varie discipline scientifiche. Si passa dal significato di "esemplare" o "prototipo" a "forma in piccolo di un'opera da fare in scala maggiore", da "schema teorico" a "descrizione, con un certo grado di approssimazione, di una struttura o funzione che si intende rappresentare".

Di più, occorre osservare che la "modellistica matematica", moderatamente intesa, è attività piuttosto recente (se paragonata all'età della Matematica): diciamo degli ultimi 100 anni.

È ben vero che possiamo far risalire la nascita della Fisica moderna e il riconoscimento del ruolo che vi gioca il linguaggio matematico all'epoca di Galileo del quale tutti ricordiamo la celebre frase (che ricorre più volte con qualche variazione nella sua opera):

"La Filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, e altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto." (Galileo Galilei, *Il Saggiatore*, Accademia dei Lincei, Roma, 1623).

Ma oggi, anche se la Matematica continua a essere centrale come linguaggio della natura, noi siamo più interessati a usarla per produrre rappresentazioni efficaci di fenomeni che ricadono nell'ambito non solo della Fisica ma anche di altre scienze quali la Chimica, la Biologia, l'Economia oppure in settori come quelli della Logistica o dell'Ingegneria.

Va osservato però che se gli scienziati, e i fisici in particolare, sono sempre stati interessati alla ricerca di leggi e di principi generali che governano i fenomeni e hanno tentato di svelare le leggi matematiche che rappresentano tali principi, più recentemente ci si è focalizzati su rappresentazioni matematiche di pezzi della realtà per descrivere o prevedere o, ancora, cercare di controllare determinati fenomeni o processi. Questo modo "moderno" di procedere è ben sintetizzato da John von Neumann:

"Le scienze non cercano di spiegare, a malapena tentano di interpretare, ma fanno soprattutto dei modelli. Per modello si intende un costrutto matematico che, con l'aggiunta di certe interpretazioni verbali, descrive dei fenomeni osservati. La giustificazione di un tale costrutto matematico è soltanto e precisamente che ci si aspetta che funzioni cioè descriva correttamente i fenomeni in un'area ragionevolmente ampia. Inoltre, esso deve soddisfare certi criteri estetici, cioè, in relazione con la quantità di descrizione che fornisce, deve essere piuttosto semplice." (John von Neumann, "Method in the Physical Sciences", in *The Unity of Knowledge*, L.G. Leary ed., Doubleday & Co., New York, 1955)

L'esasperazione di tale aspetto potrebbe condurre a un approccio di tipo strumentale: la matematica è un linguaggio utile in quanto capace di descrivere (e prevedere) i meccanismi che guidano i fenomeni del mondo naturale, ma non per questo le si deve attribuire una qualche realtà concreta autonoma come via di conoscenza. Oppure si potrebbe arrivare a posizioni per le quali c'è la "matematica dei matematici" e c'è la "matematica che serve", la quale, inevitabilmente, è quel frammento di matematica che "serve" a descrivere una dinamica naturale particolare.

Si tratta di temi interessanti che meriterebbero ben altro spazio, ma qui ci limitiamo a dire che per noi si tratta di un "et ... et" e non di un "aut ... aut". Cioè, per noi coesistono i due aspetti: la Matematica come linguaggio adeguato alla ricerca dell'intima essenza dei fenomeni e come strumento di conoscenza, per un verso, e, per l'altro, la riconosciuta utilità di modelli relativi a particolari fenomeni.

Resta tuttavia – prima di chiudere questi primi cenni introduttivi – una questione importante che non possiamo evitare: perché la Matematica è così efficace nello studio della realtà? Lasciamo la domanda aperta anche se cercheremo nei prossimi paragrafi di dare cenni se non di risposta almeno di proposta di riflessione, consci che tale questione ha impegnato e impegna filosofi, matematici e scienziati vari da tempo.
Iniziamo così il nostro breve viaggio tra i modelli matematici partendo da qualche osservazione e presentando qualche esempio.

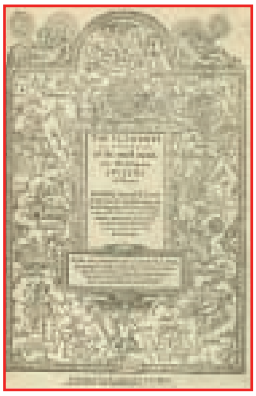
Questi reiterati scambi tra ragione ed esperienza

Quale sia il legame tra gli oggetti matematici e gli oggetti naturali è questione che risale alle remote origini della Matematica stessa ed è collegata alle esperienze di base del contare (origine dell'Aritmetica) e del misurare (origine della Geometria). Facciamo qualche esempio, pur con "terribili" salti temporali e spaziali.

Tavoletta proveniente da Uruk (3.200-3.000 a.C.) che riporta i quantitativi di birra immagazzinata

La traduzione dei primi documenti scritti ha messo in evidenza il legame tra i primi procedimenti matematici e le necessità pratiche (oggi parleremmo di algoritmi). Pensiamo, per esempio, alle iscrizioni su tavolette d'argilla venute alla luce in Iraq e in Iran, nei siti della città pre-sumerica di Uruk e della città preelamita di Susa. Vi si trovano riferimenti a un doppio sistema di numerazione (decimale e sessagesimale) oltre che a semplici metodi di calcolo relativi a pagamenti in orzo (la più diffusa merce di scambio del quarto millennio a.C.). E, fatto più sorprendente, vi si trovano scritture che ricordano la nostra algebra, compresi metodi risolutivi per equazioni lineari e quadratiche, tavole trigonometriche, criteri di divisibilità, oltre che un'approssimazione della radice quadrata di 2 accurata sino alla quinta cifra decimale. È difficile credere che le uniche motivazioni fossero quelle legate alle necessità pratiche, mentre è ragionevole immaginare che la costruzione e l'utilizzo degli oggetti matematici, pur semplici, e lo studio delle relazioni tra questi siano iniziati quasi contemporaneamente: desiderio di conoscenza più che voglia di far due conti (pur utili)...
Analoghe sorprese si possono ricavare da reperti ritrovati in Egitto e in India: è una caratteristica del sapere matematico.

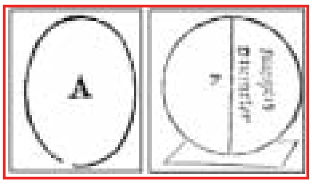
Occorre aspettare gli *Elementi* di Euclide (circa 300 a.C.) per trovare un'opera di matematica in cui le nozioni siano organizzate utilizzando il metodo proprio della "regina delle scienze", ovvero il metodo logico-deduttivo.



Frontespizio degli *Elementi* di Euclide nell'edizione del 1570

Anche in quest'opera appaiono definizioni "operative" di oggetti geometrici, definizioni che possono trovare una naturale corrispondenza con il lavoro degli agrimensori.
Se, ad esempio, andiamo al Libro I, e alla definizione di cerchio (qui ripresa nella fresca traduzione di Niccolò Tartaglia), "Il cerchio è una figura piana contenuta da una sola linea, la quale è chiamata circonferentia, in mezzo dellaqual figura è un ponto, dalqual tutte le linee rette, ch'escano, & uadano alla cir-conferentia sono fra loro equali: & quel tale ponto è detto centro del cerchio" (Libro I, Definizione 14), mentre per la sfera si legge: "La sphera è il transito del arco delia circonferentia del mezzo cerchio circondutto per fina a tanto che ritorni al luoco doue dette principio a circonuoluersi (stante il diametro fermo e fisso)." (Libro XI, Definizione 10).

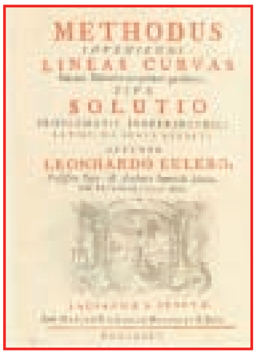
Sono certamente definizioni che possono essere adottate per disegnare gli oggetti geometrici citati con opportuni semplici strumenti. Probabilmente lo spunto parte dalla realtà (se non da necessità pratiche), ma l'approfondimento e lo studio di quello che ci si ritrova tra le mani sono certamente dovuti al desiderio di conoscenza e di curiosità dell'uomo.



Esempi di figure geometriche dagli *Elementi*

Deve però passare molto tempo prima che si affermi la consapevolezza che la Matematica assume un ruolo importante come linguaggio necessario per la descrizione e lo studio dei fenomeni naturali. Anche prima di Galileo, leggiamo, per esempio, il seguente richiamo del filosofo teologo scolastico medioevale Grossatesta:
"L'utilità di considerare le linee, gli angoli e le figure è grandissima, perché senza di essi non si può conoscere la Filosofia Naturale. Essi sono validi in tutto l'universo e nelle singole parti. Hanno validità anche nelle proprietà delle relazioni, come nel moto retto e circolare."
(Roberto Grossatesta, *De lineis, angulis et figuris*, 1220-1235)

Ma è dopo Galileo, per tutto il '600 e il '700, che il compiersi di un notevole sviluppo della Fisica si appoggia potentemente sullo strumento matematico. Il personaggio che meglio rappresenta questo aspetto è forse Leonhard Euler con la sua fiduciosa ricerca di principi generali descrivibili in termini matematici. Una citazione dalla sua immensa opera:
"Poiché infatti la fabbrica dell'Universo è perfettissima ed è governata dal creatore più sapiente, non accade nulla nel mondo, in cui non traspaia qualche ragione di massi-



Frontespizio del *Methodus inveniendi lineas curvas* di Leonhard Euler

mo e di minimo; per la qual cosa non può esservi alcun dubbio che tutti gli effetti della realtà possano essere determinati col metodo dei massimi e dei minimi in modo egualmente felice che mediante le stesse cause efficienti". (Leonhard Euler, *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici lattissimo sensu accepti*, 1744).

Forse non appare esplicitamente nei lavori di Galileo, Newton, Euler e di altri grandi scienziati del periodo, ma si fa largo l'idea che il libro matematico della natura non sia solo squadernato di fronte a noi ma che contenga la descrizione della natura proprio quale essa "è". Nella visione unitaria del sapere che ne emerge la matematica ha un ruolo preciso.
Enfatizzando questo valore, d'Alembert potrà poi vantare la scoperta, nel secolo dei Lumi, del "vrai système du monde", che è proprio il sistema matematico, e Laplace gli farà eco intitolando una delle sue opere maggiori *Exposition du système du monde*.
La convinzione che esista un'unica interpretazione/descrizione della realtà, ottenibile in termini matematici, porta ad associare a ogni insieme di fenomeni della stessa natura un'equazione (solitamente differenziale) che li rappresenti, come scrive Fourier:
"Le equazioni differenziali della propagazione del calore esprimono le condizioni più generali, e riducono le questioni fisiche a problemi di analisi pura e questa è l'oggetto vero e proprio della teoria [...]. Dopo aver stabilito queste equazioni differenziali, bisognava ottenerne gli integrali; il che consiste nel passare da un'espressione generale a una soluzione specifica soggetta a tutte le condizioni date. Questa ricerca difficile esigeva un'analisi speciale fondata su teoremi nuovi [...].
Lo studio profondo della natura è la fonte più fertile delle scoperte matematiche. Questo studio non ha solo il vantaggio, presentando un oggetto ben determinato di indagine, di escludere questioni vaghe e calcoli senza scopo, esso è inoltre un metodo sicuro per costruire l'analisi stessa e per scoprire gli elementi che ci interessa conoscere e che le scienze naturali devono sempre preservare: questi sono gli elementi fondamentali che si ripresentano in tutti i fenomeni naturali". (Jean Baptiste Joseph Fourier, *Théorie analytique de la chaleur*, 1822).

Con il perfezionarsi dei metodi di indagine sperimentale è però risultato che queste leggi, che si credevano immutabili in una corrispondenza biunivoca con i fenomeni fisici, sono approssimazioni di leggi più generali.
Le ragioni di questa crisi sono varie: si trovano descrizioni differenti per lo stesso fenomeno; si trovano fenomeni differenti descritti dalla medesima equazione (un'armonia nascosta?); si sviluppano alcune geometrie non-euclidee (in quale geometria viviamo?); nasce la Meccanica quantistica (il ruolo dell'osservatore conta).
Questi fattori portano a un grande cambiamento, anche se la Matematica continua a consentire una riflessione sui principi scientifici fondamentali: si cominciano a usare i modelli per fenomeni circoscritti (basati spesso sulle nostre conoscenze fenomenologiche e sperimentali).
E non è tutto. La costruzione dei modelli avviene più di prima per analogia e il modello diventa quasi una metafora matematica del processo che si vuole descrivere. Ciò si verifica soprattutto con il moltiplicarsi di applicazioni legate non alla Fisica ma ad altri ambiti quali l'Economia e la Biologia (primi modelli di dinamica delle popolazioni e delle epidemie).
Classicamente, lo sviluppo di un modello prevedeva di partire da evidenze empiriche di un fenomeno, dalla conseguente analisi delle proprietà e caratteristiche fondamentali del fenomeno stesso e dalla deduzione della descrizione matematica (tipicamente attraverso equazioni e disequazioni di vario tipo) di tali proprietà. Quindi si procedeva a una trattazione analitica o a una simulazione numerica per comparare le soluzioni analitiche o numeriche proposte dal modello con i dati sperimentali: confronto che permetteva di raffinare e migliorare il modello o di delimitarne l'applicabilità.
Oggi, a questa prassi si affianca l'adattamento del dato empirico a modelli formali.
La classificazione dei modelli matematici compiuta a partire dai settori della Matematica coinvolti risulta poco utile (equazioni differenziali, processi stocastici, equazioni integrali...). Altri tipi di classificazione potrebbero aiutare, per esempio, quelli che ponessero l'accento sullo scopo per cui ci si interessa a un modello matematico: modelli descrittivi, modelli predittivi, modelli prescrittivi. Inoltre potrebbe essere interessante basarsi sull'esperienza personale del come si sviluppa un modello. Rimandiamo questo tipo di considerazioni a trattazioni più ampie e generali e vediamo qualche esempio. Prendiamo carta e penna, per ora il calcolatore no, e addentriamoci nei modelli (da un titolo di una recente esposizione di Corrado Mascia, "Modellare con carta e penna. La matematica e il mondo reale", sul n.3_2010 della rivista on-line S&F – scienzaefilosofia.it. – www scienzaefilosofia.it).

(segue)

Per saperne di più

1 G. Israel, *La visione matematica della realtà, Introduzione ai temi e alla storia della modellistica matematica*, Roma-Bari, Laterza, 3ª ed. 2003
2 A.M. Millán Gasca, *All'inizio fu lo scriba. Piccola storia della matematica come strumento di conoscenza*, Mimesis, Milano, 3ª ed. 2009
3 J.D. Barrow. *Perché il mondo è matematico?*, Roma-Bari, Laterza, 1992
4 A. Weil, *Teoria dei Numeri – Storia e matematica da Hammurabi a Legendre*, Einaudi Paperbacks Scienze 239, Einaudi editore, Torino, 1993
5 E. Giusti, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*, Bollati Boringhieri, Torino, 1999
6 D.S. Richeson, *Euler's gem: the polyhedron formula and the birth of topology*, Princeton University Press, 2008
7 H.G. Flegg, *From Geometry to Topology*, Dover Pubns (rep), New York, 2001
8 A. Berman, R. Plemmons, *Nonnegative Matrices in the Mathematical Sciences*, Academic Press., New York, 1979
9 O. Sporns, G. Tononi, R. Kotter, *The human connectome: A structural description of the human brain*, PLoS Comput Biol, 1, e42, 2005

Giovanni Naldi
Professore di Analisi Numerica presso la Facoltà di Scienze MM.FF.NN. dell'Università degli Studi di Milano e Direttore del Centro interdisciplinare ADAMSS della stessa Università, si occupa di Matematica applicata e di Modelli Matematici in vari ambiti, ultimamente soprattutto in Biologia e Medicina.
giovanni.naldi@unimi.it

Crittografia: dai bit ai qubit

di Stefano Mancini e Carlo Toffalori

I protocolli crittografici nascono già nell'antichità, motivati dall'esigenza di nascondere a occhi indiscreti la corrispondenza riservata

Un modo molto ingenuo, e ormai superato, di provvedere consiste nel permutare le lettere di un alfabeto, sostituendo per esempio alla A la E, poi alla B la R e via dicendo. La corrispondenza biunivoca che così si determina costituisce la chiave per cifrare; la sua inversa, che recupera A da E, B da R e così via, è la chiave per decifrare.
L'intervento degli strumenti matematici garantisce alla crittografia livelli maggiori di stringatezza e sicurezza. Grazie a codifiche appropriate, l'informazione da trasmettere si trasforma in stringhe composte dai due soli caratteri, o *bit*, 0 e 1. Attenzione, però: una simile convenzione non è di per sé crittografia, ma solo la scelta di adottare un alfabeto, quello binario appunto. Del resto 0, 1 bastano da soli, matematicamente parlando, a formare una struttura di campo – che è il più piccolo che si sappia immaginare – denotato $\mathbb{F}_2$. Con il ricorso ai bit, le 26 lettere del nostro linguaggio, dalla A alla Z, che integrate con qualche segno di punteggiatura, diciamo 6 in tutto, vanno a formare complessivamente un sistema di $32 = 2^5$ simboli, possono essere sostituite con le quintuple ordinate di 0 e 1, che sono altrettanto numerose, da 00000 che sta per A e 00001 che rappresenta B fino a 11111.

I messaggi da cifrare o decifrare diventano così sequenze arbitrarie di 0 e 1. Tuttavia la procedura crittografica a cui accennavamo prima, cioè una permutazione fissa e rigida delle quintuple di 0 e 1 coinvolte, si conferma solo un goffo tentativo di mascherare i contenuti originari. Esistono per fortuna protocolli più ingegnosi ed efficaci, come quello ideato nel 1917 dall'ingegnere americano G. Vernam[1]. Il suo sistema perfeziona strategie adoperate già nell'antichità da Giulio Cesare, e migliorate in epoca rinascimentale da L.B. Alberti e altri. L'idea è di rinnovare continuamente la chiave.
Così, per ogni messaggio in chiaro, ovvero per ogni stringa di bit di lunghezza arbitraria, verosimilmente multipla di 5, il mittente sceglie come chiave di codifica una sequenza altrettanto estesa e casuale di 0, 1 e cifra sommando le due stringhe, cioè messaggio e chiave, componente per componente modulo 2. A questo punto il mittente trasmette il testo criptato al destinatario, che decifrerà sottraendo la chiave allo stesso modo, cioè componente per componente. Siccome però + e – coincidono modulo 2, gli basterà sommare, con qualche minimo risparmio computazionale. Terminata la procedura, la chiave, che dipende dal messaggio se non altro perché ne condivide la lunghezza, diventa inutilizzabile e viene buttata via – tant'è che il codice di Vernam è anche chiamato *one time pad*, ovvero *taccuino usa e getta*.
Si noti per inciso che anche le stringhe di 0 e 1 di una data lunghezza *n* assumono la dignità di struttura matematica, per la precisione di spazio vettoriale $\{0, 1\}^n$ di dimensione *n* sul campo $\mathbb{F}_2$, con tanto di prodotto scalare (è detto "spazio di Hamming").
La raffinata analisi che Shannon[2], padre della teoria dell'informazione, sviluppò negli anni '50 su base probabilistica per misurare la sicurezza dei protocolli crittografici mostrò che i codici *à la* Vernam sono i migliori possibili. Infatti una procedura che vuole mantenersi inattaccabile deve rinnovare la chiave (casuale) per ogni messaggio.

Tuttavia l'approccio di Vernam manifesta chiare difficoltà di attuazione pratica. Tanto per cominciare, non è affatto semplice generare stringhe casuali di 0 e 1. La loro costruzione non si può affidare a programmi informatici, perché i computer non eseguono nulla di casuale. A questo primo ostacolo – la *generazione* delle chiavi – un altro se ne aggiunge, relativo alla loro *distribuzione*. È infatti evidente, nella procedura di Vernam, come il mittente, che fabbrica la chiave, debba poi spedirla al destinatario al pari del messaggio.

Una soluzione a questo problema fu proposta da Diffie e Hellman nel 1976[3] e segnò il passaggio dalla crittografia a chiave privata a quella a chiave pubblica.
Essa si basa sul seguente fondamento algebrico: per ogni primo p le classi di resto non nulle modulo p, ovvero gli elementi 1, 2, ..., $p - 1$ del campo $\mathbb{F}_p$, coincidono con le potenze $g^0(= 1)$, $g^1(= g)$, ..., g^{p-2} di un opportuno g di essi (lo indichiamo con g).
Ora, allo stato attuale delle conoscenze e secondo le convenzioni della teoria classica della complessità computazionale, fissati p, g e al crescere di p,
- è semplice calcolare le potenze di g in $\mathbb{F}_p$,
- è possibile in teoria, ma difficile nella pratica, recuperare per ogni a in $\mathbb{F}_p$ l'esponente naturale $n < p - 1$ per cui si ha $g^n = a$ (il così detto logaritmo discreto di a in base g).

Allora due interlocutori che vogliono generare insieme la loro chiave – la crittografia moderna conviene di battezzarli Alice e Bob – procedono come segue. Anzitutto concordano p e g come sopra, con p abbastanza grande: generarli è rapido, e nasconderli irrilevante.
A seguire, ciascuno dei due utenti
- sceglie per conto proprio, e tiene per sé, un naturale n minore di p – 1 (per Alice) e minore di p – 1 (per Bob, rispettivamente);
- calcola poi, e stavolta divulga, la potenza g^{n_A} (o g^{n_B}).

Entrambi possono a questo punto condividere il segreto $g^{n_A \cdot n_B}$, che Alice ottiene come $(g^{n_B})^{n_A}$ e Bob come $(g^{n_A})^{n_B}$.
Questa potenza, tradotta se necessario in una stringa di 0 e 1, diventa la loro chiave comune.
Un intruso che cercasse di carpirla – la crittografia lo battezza Eve, per l'assonanza con la parola inglese *eavesdropper*, in italiano "*colei, o colui, che origlia*" – avrebbe sì a disposizione p, g, g^{n_A} e g^{n_B} ma per ottenere l'informazione che gli preme, cioè $g^{n_A \cdot n_B}$, dovrebbe comunque ricavarne n_A oppure n_B per trovarsi nelle stesse condizioni di Alice o Bob. Si ridurrebbe in definitiva a calcolare un logaritmo discreto, con tutte le difficoltà che ne conseguono.

A partire dagli anni '80 anche la fisica, in particolare la fisica quantistica, ha iniziato a fornire un contributo concreto di idee alla crittografia. Il quadro matematico di riferimento si complica, perché la descrizione degli stati di un sistema quantistico si affida non più agli spazi di Hamming su $\mathbb{F}_2$ ma a spazi di Hilbert sul campo complesso $\mathbb{C}$, cioè a spazi vettoriali su $\mathbb{C}$ con il loro prodotto scalare. Nel caso più semplice, in dimensione 2, otteniamo $\mathbb{C}^2$, il cosiddetto *qubit* – termine che deve la sua origine non, come potrebbe sembrare, alla contrazione di 'quantum bit', ma al 'cubito'. La sua base canonica è costituita dai vettori

$$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

che però la notazione quantistica (proposta da Dirac) preferisce indicare $|0\rangle,|1\rangle$.
I processi fisici reversibili, che per un registro di n bit corrispondono a permutazioni sullo spazio di Hamming $\mathbb{F}_2^n$, nel caso di un registro di n qubit vengono descritti da trasformazioni unitarie sullo spazio di Hilbert $(\mathbb{C}^2)^{\otimes n}$ – il prodotto tensoriale di n copie di $\mathbb{C}^2$, quindi uno spazio vettoriale di dimensione 2^n su $\mathbb{C}$.

Si noti però che i 2^n vettori della base canonica di $(\mathbb{C}^2)^{\otimes n}$ si possono naturalmente associare a stringhe x di lunghezza n di 0 e 1, anzi di $|0\rangle,|1\rangle$, e che, come tali, contemplano tutti gli stati classici di un registro di n bit. Nella notazione quantistica questi vettori si rappresentano ancora nella forma $|x\rangle$ con x che varia stavolta in $\{0,1\}^n$.
Le così dette *osservabili* fisiche, che con i loro valori definiscono secondo l'idea classica gli stati di un sistema, in ambito quantistico corrispondono a operatori lineari auto-aggiunti che agiscono appunto sullo spazio degli stati. Il processo di misura è descritto dall'azione del proiettore su un autospazio dell'osservabile e il suo risultato è il relativo autovalore. La procedura è probabilistica e determina in genere un cambiamento di stato del sistema, a differenza di quanto accade classicamente.
Esempi notevoli di osservabili su $\mathbb{C}^2$ sono gli operatori Z e X rappresentati rispetto alla base $\{|0\rangle,|1\rangle\}$ dalle matrici

$$\begin{pmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}.$$

I corrispondenti autovettori sono rispettivamente

$$|0\rangle,|1\rangle, \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \text{ e } \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle),$$

questi ultimi indicati più semplicemente $|+\rangle,|-\rangle$, e condividono gli stessi autovalori +1,–1, che possono essere pensati come un bit 0,1.
Gli autovettori di Z e X costituiscono altrettante basi per il qubit (cui spesso ci si riferisce come base Z e base X).
Il prodotto scalare tra i vettori della base Z e quelli della base X è pari a $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Ciò implica che misurare Z (o X) quando un qubit è in un autostato di X (o di Z) permette di ottenere il valore esatto solo con probabilità ½ e ovviamente ne altera lo stato.

Una volta che ai sistemi fisici si sono associati bit (classicamente parlando) o qubit (quantisticamente parlando) quali spazi degli stati, è naturale interpretare i processi fisici come procedure computazionali su tali spazi.
In ambito classico si individuano facilmente operazioni logiche elementari che descrivono generiche permutazioni su n bit.
Analogamente si può procedere in ambito quantistico, sia pure con maggiori difficoltà, per realizzare generiche trasformazioni unitarie su n qubit (Fu Alan Turing che per la prima volta nel 1951 in un'intervista alla BBC accennò al possibile rapporto tra computer e fisica quantistica). D'altra parte sappiamo che, mentre un registro di n bit può essere descritto da una stringa $x \in \{0, 1\}^n$, un registro quantistico ammette ben altra varietà di rappresentazioni, per esempio del tipo

$$\frac{1}{\sqrt{2^n}} \Sigma_{x \in \{0,1\}^n} |x\rangle.$$

Pertanto il processo di calcolo operato da un circuito logico quantistico a partire da uno di questi stati si rivela capace di esplorare contemporaneamente tutti i cammini computazionali corrispondenti ai vari input classici x.
Si ottiene così una maggiore rapidità rispetto al caso classico. Ne è prova l'algoritmo di Shor del 1994[4], che esegue in modo efficiente perfino il calcolo del logaritmo discreto e quindi mina la sicurezza del protocollo di Diffie-Hellman.

Ma la teoria quantistica dell'informazione fornisce anche nuove strategie per il problema della distribuzione delle chiavi. Una nasce dalla bizzarra idea di creare delle banconote quantistiche non falsificabili, concepita da Wiesner[5] e poi rielaborata da Bennett e Brassard nel 1984[6].

Il conseguente protocollo BB84 per la distribuzione quantistica delle chiavi, denominato *QKD*, *Quantum Key Distribution*, presuppone l'uso di un canale quantistico privato tra i due utenti legittimi Alice e Bob su cui trasmettere qubit, oltre che di un canale classico pubblico. L'algoritmo procede come segue:

1. Alice e Bob si accordano per associare un bit classico, 0 o 1, agli stati $|0\rangle,|1\rangle$ della base Z e $|+\rangle,|-\rangle$ della base *X*, per esempio 0 al primo vettore di ciascuna base, e 1 al secondo.
2. Alice sceglie casualmente il valore di un bit 0, 1 e a quale base riferirlo, spedisce poi il corrispondente qubit a Bob tramite il canale quantistico.
3. Bob decide, sempre in maniera causale, se misurare il qubit con *Z* o con *X* – due eventualità equiprobabili e come tali corrispondenti ai valori 0, 1 di un bit.
4. Ripetendo *n* volte le precedenti operazioni, Alice e Bob vengono a generare due stringhe di *n* numeri binari. Esse vengono a differire ogni volta che Alice codifica in una base (per esempio con gli autovettori di *Z*) e Bob misura in un'altra (per esempio con gli autovettori di *X*).
5. A questo punto Alice e Bob dichiarano pubblicamente sul canale classico le basi in cui i qubit sono stati preparati (da Alice) e misurati (da Bob) – attenzione: non i valori dei bit codificati o decodificati, ma le basi.
6. Alice e Bob scartano dalle loro stringhe quei bit che corrispondono a scelte diverse delle basi. Ottengono così stringhe più corte – asintoticamente di $n/2$ bit – che idealmente sono identiche. Esse costituiscono la loro chiave comune.

Esaminiamo adesso la sicurezza di questo protocollo nei confronti di intromissioni esterne. La più semplice strategia di attacco di Eve, chiamata *intercept and resend*, prevede che l'intrusa sottragga il qubit proveniente da Alice, lo misuri scegliendo casualmente una delle due basi *Z* o *X*, inoltri poi il qubit a Bob.

Supponiamo per semplicità che Alice e Bob finiscano per usare la stessa base, visto che in caso contrario i bit prodotti vengono scartati al termine del processo. Allora Eve ha probabilità ½ di adottare la medesima base.

- Se la condivide, allora recupera il valore del bit codificato da Alice senza alterare lo stato del qubit che quindi verrà correttamente decodificato da Bob.
- Se si affida alla base sbagliata, allora altera lo stato del qubit trasmesso da Alice. In tal caso la probabilità che Bob decodifichi correttamente è ½.

In totale, dunque, la probabilità che Bob ricavi un bit sbagliato è ¼.

Supponiamo ora che Alice e Bob estraggano a fine processo una parte delle loro stringhe segrete e confrontino pubblicamente i valori dei bit in essa contenuti. Se Eve non è intervenuta, queste sottostringhe coincidono, ma in caso contrario manifestano una percentuale di errore verosimilmente uguale ad ¼. In questo modo Alice e Bob possono, se non prevenire l'intrusione di Eve, almeno scoprirla, e conseguentemente abortire il protocollo.

In verità la procedura è esposta anche a errori di trasmissioni non riferibili all'azione di Eve. A questo proposito sarebbe auspicabile stabilire una soglia massima di errore tollerabile non nulla. In effetti, la teoria dell'informazione indica tale soglia come l'11%[7], garantendo così alla QKD oltre che sicurezza assoluta anche applicabilità pratica.

Infine, ci si può chiedere se l'approccio quantistico consenta di risolvere altri annosi problemi crittografici, come il *bit commitment* – una primitiva per implementare calcolo distribuito sicuro. Un semplice esempio è il seguente: Alice e Bob hanno ciascuno il proprio input privato, *x* e *y* rispettivamente, e Alice vuole aiutare Bob a calcolare una prescritta funzione $f(x,y)$ senza svelare *x* – la situazione che, tanto per intendersi, si verifica tra banca e cliente durante il prelievo al bancomat. Purtroppo però in questo caso la teoria quantistica vale solo a sancire l'insicurezza del *bit commitment*[8].

Riferimenti bibliografici

1 G. Vernam 1919, US Patent 1, 310, 719 issued July 22
2 C. Shannon 1949, *Bell System Technical Journal*, vol. 28, p. 656
3 W. Diffie W e M. Hellman 1976, *IEEE Transactions in Information Theory*, vol. 22, p. 644
4 P. Shor 1994 in *Proceedings of the IEEE Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, p. 201
5 S. Wiesner 1983, *Sigact News*, vol. 15, p. 78
6 C.H. Bennett e G. Brassard 1984, in *Proceedings of the IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing*, p. 175
7 H.K. Lo e H.F. Chau 1999, *Science*, vol. 283, p. 2050
8 D. Mayers 1997, *Physical Review Letters*, vol. 78, p. 3414

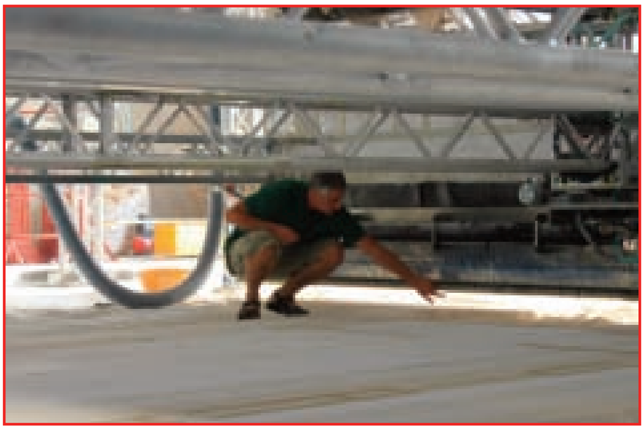
Stefano Mancini
Docente di Fisica Teorica, Modelli e Metodi Matematici, svolge attività di ricerca in teoria quantistica dell'informazione, in particolare sulla crittografia quantistica. Ha tenuto corsi quali "Quantum information theory" e "Quantum computational theory" all'Università di Camerino.
stefano.mancini@unicam.it

Carlo Toffalori
Docente di Logica Matematica all'Università di Camerino, dal 2005 è presidente dell'Associazione Italiana di Logica e sue Applicazioni. È autore di vari manuali universitari, ma anche di libri divulgativi come *Il matematico in giallo* (2008), *L'aritmetica di Cupido* (2011), *Matematica, miracoli e paradossi* (2007) e *L'arte di uccidere i draghi – Le vie matematiche della morale* (2012), gli ultimi due scritti con S. Leonesi.
carlo.toffalori@unicam.it

stampare 3D

di Silvia Benvenuti

Quingdao, Cina, aprile 2014. Una città grandissima, dal traffico delirante, oscurata, a dispetto del suo nome che significa "isola verde", da uno smog persistente.
Immaginate di arrivare all'aeroporto dopo un viaggio di 19 ore, intervallato da una sosta ad Hong Kong, praticamente la Los Angeles allucinata di *Blade Runner*. Immaginate di non avere la minima idea di come raggiungere il vostro hotel, e solo un vago ricordo di quale sia il suo nome. Immaginate di trovare, all'area arrivi dell'aeroporto, una simpatica ragazza cinese che sorridendo e annuendo sventola un cartello con il vostro nome. E immaginate che la vostra simpatica anfitriona – Gao Yan, si presenta – vi guidi dritti verso una kitchissima limousine con i vetri oscurati. La prima reazione è comunicare, gentilmente ma con fermezza, alla vostra cortese accompagnatrice che ha sbagliato persona. La seconda, quando lei vi conferma che no, cercava proprio voi, Silvia Benvenuti, Silvia Welcome è pensare che state solo sognando. La terza è riflettere sul fatto che, in effetti, per una volta non siete dirette al solito convegno di matematici. La quarta è pensare: ma quanti soldi c'hanno, questi qui?!



Enrico Dini e la sua stampante: notate le dimensioni di D-Shape

Simulatore di barriera corallina, realizzato con D-Shape nell'ambito di un progetto di ripopolazione degli ambienti marini

Perché il convegno di cui si parla è il *World 3D Printing Technology Industry*. Industria e non accademia, almeno sulla carta, il che fa evidentemente una certa differenza.
La sorpresa diventa vero e proprio sbigottimento quando arrivo all'hotel sede del convegno, in cui mi hanno riservato la *suite* imperiale, e mi mettono in mano una busta dall'apparenza innocente e dal contenuto esplosivo: una paccata di soldi (vabbé, d'accordo, paccata per un ricercatore come me) con i quali intendono coprire le mie spese di soggiorno, scusandosi nel contempo del disagio arrecato alla mia venerabile persona da un viaggio tanto lungo. *Xiè xiè* (grazie, mi spiega Gao Yan tra una risatina e un inchino).
Ed è solo allora che capisco che lo scambio di persona c'è stato, eccome. Perché io sono lì non in rappresentanza di me stessa, che solo in un momento di delirio di onnipotenza potrei trovare giustificate tante attenzioni, ma in rappresentanza di Enrico Dini, cioè "l'uomo che stampa le case". E scusate se è poco.
Lo ha battezzato così Marc Webb, regista di un documenta-

rio sulla sua storia (oltre che della saga di Spiderman, non so se mi spiego!) e da allora è così che lo conoscono nell'ambiente. La stampante tridimensionale da lui brevettata, D-Shape, ha infatti la caratteristica di essere molto grande, e di poter stampare strato per strato oggetti potenzialmente anche più grandi, usando materiali ragionevolmente economici e anche ecologici in modo da dare spazio a un'architettura creativa ma anche sostenibile.

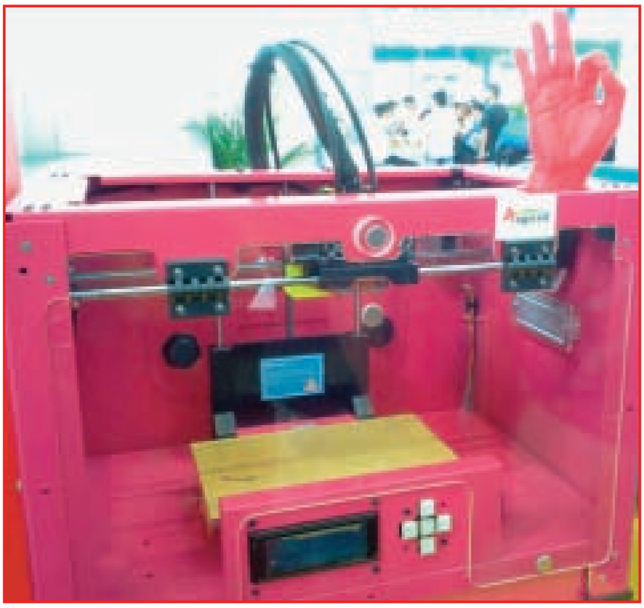
Che cosa c'entro io con Enrico è presto detto: ci siamo conosciuti grazie per il mio interesse a un progetto, finanziato dall'Agenzia Spaziale Europea (ESA), avente come oggetto l'ottimizzazione topologica di avamposti realizzabili sulla superficie lunare grazie all'uso di opportune tecniche di 3D-printing. Eh?! Traduco: da ormai molti decenni le maggiori agenzie spaziali del mondo sono interessate alla realizzazione di rifugi sulla superficie della Luna. Questa, però, è un gran brutto posto dove vivere, per un equipaggio terrestre: bisogna infatti proteggere gli incauti astronauti dai forti rischi per la salute costituiti prevalentemente dalle radiazioni, dalla caduta di micro-meteoriti e da un ambiente particolarmente duro dal punto di vista termico.
L'idea ingenua, che consiste nel prendere muratori, cemento e cazzuola e portare il tutto sulla superficie lunare, non è realizzabile (anche) perché insostenibile dal punto di vista economico. Quindi uno dei primi obiettivi di un qualunque studio di questo genere è cercare di minimizzare il peso dei materiali da portare dalla Terra alla Luna.
Lo studio di cui sopra, in particolare, propone di usare come materiale di costruzione la regolite (o sabbia lunare), assemblandola "fetta per fetta" grazie all'inchiostro/colla spruzzato dalla testina, controllata da un programma che importa il progetto Cad, di una stampante tridimensionale ottenuta rivisitando opportunamente D-Shape. In questo modo si minimizza il peso del materiale da costruzione da portare da terra, perché la sabbia si trova in situ, e resta solo da portare la colla.
Enrico Dini ha fornito la stampante; la ditta Alta s.p.a. (ex Centro Spazio - Pisa) ha curato la parte ingegneristica della progettazione, elaborando i requisiti fondamentali del rifugio da costruire; lo studio britannico di architettura Foster+Partners, a partire da tali requisiti, ha determinato la forma del rifugio stesso, ottimizzandola grazie a considerazioni geometrico/topologiche in modo da minimizzare la quantità di inchiostro necessaria e quindi i costi della missione; l'Esa ha finanziato tutti questi attori nel loro studio di fattibilità e io, che sono curiosa, ho intervistato tutti quanti, conoscendo dunque *en passant* il summenzionato stampatore di case.

Paralumi realizzati tramite stampanti tridimensionali

Copricapo, braccialetti e anelli 3D-printed

Gliel'avevo detto che meritava, questo convegno. Ci avevano scritto che ci sarebbe stato pure Romano Prodi, e di fronte a questo annuncio aveva a dire il vero titubato, ma poi aveva deciso di mandare comunque me in sua vece: troppo occupato, Enrico, con i suoi pescetti. Eh sì, perché da qualche tempo D-Shape viene utilizzata per stampare pezzi di barriera corallina laddove ci sia bisogno di ricreare gli *habitat* della fauna ittica. Basta sostituire la sabbia lunare con quella marina e individuare l'opportuna miscela di agenti chimici da usare come collanti, e il gioco è fatto (si fa per dire, scusa Enrico!). E questi – luna e pesciolini – sono solo due degli esempi di applicazione della tecnologia di D-Shape a cui Dini lavora.

Comunque ormai è fatta, per questi tre giorni sono Enrico Dini, nella mecca della stampa tridimensionale, nel gotha del 3d-printing… è il caso che mi dia un po' da fare, insomma.
Dando prova di ammirevole abnegazione resisto alla tentazione di tuffarmi immediatamente nella piscina dell'hotel e mi metto a studiare il programma del convegno: sessioni plenarie su materiali per la stampa 3D, integrazione tra industria tradizionale e nuove tecnologie, sviluppo di software e molto altro; sessioni parallele dedicate alle applicazioni rispettivamente alla cultura/creatività, alla biomedicina e all'industria manifatturiera; 3D Printing Fashion Show; 3D Printing Experience Center; 1200 partecipanti provenienti da tutto il mondo; 150 imprese partecipanti all'Esposizione, a cui si prevede un totale di 30 mila spettatori. Un gran *baillame*!
Baillame che si manifesta in tutta la sua magnificenza nella



Stampante 3D "da tavolo", con "ok" dimostrativo

conferenza di apertura: cinesi che parlano solo cinese, conferenzieri che rispondono al telefono nel bel mezzo del loro intervento, traduzione trifasica dal cinese al Chinese english all'inglese inglese, nessuno che capisce niente di niente, finché un tal Jack Keverian, personaggio dall'evidente autorevolezza ma curiosamente sottotono (sembra in pigiama, accanto a tutti gli altri ingiacchettati... dev'essere un matematico!) dà voce al pensiero di tutti: così è inutile parlare, facciamola finita con inchini e xiè xiè e organizzatevi con i traduttori simultanei. Detto fatto e tutti i conferenzieri sono dotati del loro apparecchietto, e il peggio è (forse) scampato.
Merita qualche parola anche la cena di gala, nel corso della quale inghiotto cibi dalla consistenza improbabile nella provvidenziale oscurità cui ci confina la concomitante sfilata di moda 3D printed in cui modelle postanoressiche sfoggiano creazioni di *designer* dalla fantasia davvero sfrenata. Una di loro sfoggia con alterigia una specie di enorme copricapo piumato: più che una modella sembra un uccello... avete presente i piccoli (si fa per dire) di struzzo, una delle rare specie animali che risultano francamente brutte anche in tenera età? Altre creazioni sono meno ardite, ma tutte sembrano accomunate da quello che è forse il motto della stampa 3D: nulla è proibito! Gli oggetti creati con questi sistemi, infatti, non hanno praticamente alcun vincolo di natura fisico/tecnica, e l'unico limite è rappresentato dalla possibilità di tradurre le intuizioni del creativo di turno nel file stl da dare in pasto alla testina della sua stampante - con occasionale sprezzo del buon gusto, va detto.
Nella sessione dedicata alla stampa 3d in architettura parlano, con me, altri due conferenzieri, dai nomi irriproducibili. Non so bene come tararmi perché, se nella mia ignoranza pensavo che le stampanti 3D funzionassero tutte allo stesso modo, una rapida occhiata all'esposizione mi ha immediatamente convinto che non c'è niente di più falso. D-Shape, per esempio, funziona come si è già accennato: dopo aver deposto uno strato di sabbia, la testina della stampante passa sul primo strato spruzzando la colla secondo lo schema prescritto dal progetto del manufatto da ottenere. Dopodiché viene deposto un secondo strato di sabbia, che si incolla al primo solo nei punti in cui è stata spruzzata la colla. E così via, strato dopo strato. Alla fine, la sabbia "libera" viene soffiata via, e resta l'oggetto che volevamo costruire, con la sua architettura più o meno complicata. Altre stampanti, invece, depongono il materiale da costruzione muovendosi solo secondo una certa traiettoria: praticamente, cioè, depongono solo l'inchiostro, e non il materiale da costruzione e la colla, il che mi pare un principio parecchio diverso. Mi rendo inoltre conto di come sia possibile trovare stampanti di dimensioni molto differenti, dal funzionamento radicalmente diverso, che utilizzano materiali molto vari, dando luogo ad una forcella di prezzi estremamente ampia.
Me la cavo, comunque, almeno a giudicare dalla quantità di carte da visita con cui mi sommergono - altra differenza con i convegni dei matematici: chi l'ha mai visto un matematico con il bigliettino dei contatti?

Torno in dipartimento a Camerino piuttosto entusiasta: davanti allo sguardo allibito del mio collega Stefano Isola racconto del progetto di stampa di cellule viventi, cui è stata dedicata un'intera sessione dal titolo (effettivamente inquietante) *How long does it take for 3D Printing Technology to realize organ transplantation and cell culture*. A me sembra una cosa estremamente affascinante, ma probabilmente sottostimo le implicazioni etiche di questo "giocare a fare dio". Non le sottostima il povero Stefano, che alla mia proposta di riconvertire alla stampa 3D il progetto di ricerca iperteorica di cui è responsabile annuisce mansueto, solo un po' troppo di frequente per risultare convincente, e appena esco dal suo studio chiama il mio capo, allarmato, dicendogli "fa forse uso di droghe pesanti? mi pare che non si senta bene... non sarà il caso di chiamare un dottore?!".

Utilizzo di tecniche di stampa 3D in medicina (ortopedia a sinistra; cardiologia a destra)

Ma forse è solo il suddetto capo, che parafrasa la conversazione drammatizzandola per prendermi in giro, quell'invidioso. Perché il progetto di comprare una stampante 3d o almeno inaugurare una collaborazione con il *team* di Enrico l'abbiamo da un po'. Siamo certi, infatti, che come matematici potremmo utilmente fornire un supporto teorico al suo lavoro (e a quello di suoi omologhi, perché perseguitarne uno solo...). Ma questa è, speriamo, un'altra storia!

Silvia Benvenuti
Dopo la laurea e il dottorato di ricerca in Matematica conseguiti all'Università di Pisa, ha frequentato il Master in Comunicazione della Scienza della SISSA di Trieste. Attualmente è ricercatrice in Geometria presso l'Università di Camerino. Il suo campo di ricerca è la topologia in dimensione bassa: teoria dei nodi, delle superfici e delle 3-varietà.
silvia.benevenuti@unicam.it

MaTeinItaly a radio statale

di Laura Grechi

Lunedì 3 novembre. Studio della neonata Radio Statale, la prima web radio pensata, realizzata e gestita completamente dagli studenti dell'Università degli Studi di Milano. Ospiti Gilberto Bini, uno dei curatori della mostra "MaTeinItaly. Matematici alla scoperta del futuro", allestita presso la Triennale di Milano fino al 23 novembre, Emma Adami, studentessa di Matematica e Marco Saltini, iscritto a Fisica, due animatori scientifici della stessa mostra. Speaker del programma chi scrive e Matteo Cervi, ideatori del programma "In Mostra", in onda il secondo e il quarto sabato del mese, alle ore 14, solo su www.radiostatale.it.

La puntata è andata in onda sabato 8 novembre. Matteo e io avevamo deciso di occuparci di questa mostra perché ci sembrava fuori dal comune, nel senso che mai nessuno avrebbe pensato che una mostra sulla matematica, una materia che non è molto apprezzata in un paese come l'Italia, avrebbe potuto riscuotere un così grande successo.

La puntata è risultata ricca di spunti di riflessione. Ogni ospite è riuscito a portare non solo un gran numero di interessanti informazioni ma anche direttamente la propria esperienza, raccontandoci come ha vissuto il ruolo che ha avuto in quest'opera.

Si è potuto quindi ascoltare il punto di vista del prof. Bini che ci ha svelato un po' i retroscena della realizzazione della mostra, presentandoci le motivazioni del gruppo dei curatori e tutto l'impegno che ci è voluto per la buona riuscita di un'impresa che a molti sarebbe potuta sembrare (ed è stata) titanica. Emma e Marco, alla loro prima esperienza come guide, ci hanno parlato un po' di loro e di come si son divertiti durante questo periodo che sperano proprio di rivivere in futuro. Insieme a tanti loro colleghi, hanno ricoperto il ruolo di guida per i visitatori della mostra: identificabili grazie a una maglietta gialla che richiama i cartelloni pubblicitari della mostra stessa, si aggiravano nel Cubo A della Triennale per rispondere alle domande delle migliaia di visitatori. Benché giovanissimi, si sono rivelati subito grandi esperti nel settore, come se facessero questo mestiere da anni, e anche di fronte alle domande

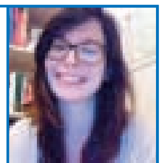
più particolari e strane del pubblico son riusciti a rispondere esaurientemente a tutto ciò che gli veniva chiesto.

In trasmissione abbiamo ospitato anche due ragazzi di Studi Umanistici della Statale di Milano, Sara e Pietro, che hanno visitato "MaTeinItaly" e che a noi hanno coraggiosamente provato a dare una loro opinione riguardo a un tema per loro oscuro e sconosciuto. Ci hanno raccontato quindi di come è stato l'approcciarsi nuovamente a una materia della quale durante il periodo liceale hanno avuto paura. Ebbene, la mostra li ha fatti ricredere nonostante i pregiudizi iniziali e alla fine hanno riconosciuto di essersi proprio divertiti. L'intento di chi ha ideato e poi realizzato la mostra è stato quindi raggiunto! Tanto è vero che quando alla fine abbiamo proposto loro uno degli indovinelli che si trovano lungo il percorso della mostra, quello sull'eredità dei tre fratelli, anche se (chiaramente?) non sono riusciti a risolverlo, almeno ci hanno provato.

Così, nonostante l'insuccesso e benché la mostra tratti un argomento così lontano da quello con cui hanno a che fare ogni giorno, non hanno avuto dubbi e hanno invitato tutti gli ascoltatori ad andare a visitarla (e se lo hanno ammesso due studenti di Studi Umanistici, allora vuol dire che è vero, e vi assicuriamo che non erano sotto minaccia alcuna!).

Era la nostra prima puntata e dobbiamo dire grazie a questi ospiti per averla resa così ricca e divertente. Speriamo che il buon inizio sia di buon auspicio per noi e per la nostra radio.

Laura Grechi
Iscritta al terzo anno di Tecnologie per la conservazione dei beni culturali all'Università degli Studi di Milano, da poco conduco un programma su Radio Statale che si chiama "In Mostra" in cui insieme al mio collega Matteo Cervi parliamo delle mostre realizzate nel Comune di Milano e dintorni.
Email: laura.grechi.93@gmail.com
Account facebook:
https://www.facebook.com/laura.grechi.3



MaTeinItaly. Matematici alla scoperta del futuro

Foto di Cristina Chiappini

di Gilberto Bini

Non avete avuto occasione di visitarla? Vi è rimasta impressa al punto che vorreste rivederla? Rivediamo insieme il percorso espositivo come se avessimo ancora una volta la possibilità di scoprire la matematica da un nuovo punto di vista

Siamo alla Triennale di Milano e stiamo per visitare la mostra *MaTeinItaly. Matematici alla scoperta del futuro*. Curata da Renato Betti, Gilberto Bini, Maria Dedò, Simonetta Di Sieno e Angelo Guerraggio, questa mostra vi propone un viaggio inedito e spettacolare nel mondo dei matematici, che descrivono il presente e ... inventano il domani.

Per molti, la matematica si ripropone spesso come un incubo degli anni passati a scuola. Che sia colpa delle espressioni a due piani, dei radicali doppi, delle formule di prostaferesi o del teorema di Pitagora, molti studenti si sono sentiti imprigionati in una fredda tecnica. Come se nel lavoro del matematico non ci fosse spazio per fantasia e creatività...

Ma, di preciso, qual è il lavoro del matematico? Che cosa fanno questi scienziati? La mostra si propone di accompagnare anche chi non ha mai amato la matematica a scoprire come questa disciplina abbia ispirato da sempre il cammino della conoscenza, intrecciandosi con l'arte e con la cultura, e come oggi praticamente sia in ogni aspetto della nostra vita.

Foto di Cristina Chiappini

Foto di Cristina Chiappini

Prima di intraprendere il viaggio alla scoperta del futuro con *MaTeinItaly*, ci soffermiamo su qualcosa di familiare: i numeri che vengono usati per contare e misurare. Dopo aver provato a contare a colpo d'occhio (un po' come fanno alcune specie animali), il racconto della mostra parte dall'antica Grecia, dove il dibattito sul significato fondamentale dei numeri e delle figure geometriche assumeva una natura filosofica ed estetica. Poi, sosta all'inizio del 1200, per raccontarci la storia del primo vero matematico europeo, Leonardo Fibonacci e, tre secoli dopo, per leggere di Tartaglia e del suo contributo alla storia delle equazioni algebriche.
Numeri e ancora numeri: ma quanti sono? Infiniti... è ovvio, e di tipi ben diversi fra loro: qui si parla di radice di 2 e della sua irruzione nella scuola pitagorica.

In epoca moderna si comincia a usare la matematica (e non solo i numeri) per catturare e descrivere l'essenza dei fenomeni naturali. In generale, nel lavoro del matematico si affrontano problemi (astratti e concreti) per i quali vengono formulati dei modelli, come i modelli in scala (per giocare o per l'architettura) e i modelli che servono per rappresentare il mondo: dalla Tabula peutingeriana, mappa del


Immagine di CamerAnebbia

mondo conosciuto ai tempi dell'impero romano, al mappamondo di Fra' Mauro, una delle ultime carte geografiche prima della scoperta dell'America. Tutte le carte che sono esposte in mostra sembrano imprecise: ma ne esiste una che non lo sia? La matematica dice di no e per vedere quanto e come una carta piana deformi la superficie terrestre, possiamo farci aiutare dall'indicatrice di Tissot.

Troviamo modelli anche quando la matematica si mette al servizio della fisica, da Galileo fino ai giorni nostri, o interagisce con i pittori, sostenendoli nella creazione della prospettiva e nella grande rivoluzione che ne scaturisce in pittura e in architettura: in mostra possiamo "attraversare" una riproduzione immersiva della *Città Ideale* attribuita a Francesco di Giorgio, spostando nello spazio il punto di vista prospettico, e poi possiamo goderci un video che illustra brevemente la storia di questi rapporti fra pittori e matematici.

Il percorso storico ha un occhio sempre puntato sull'Italia e sui suoi contributi alla storia della matematica, come quello – tra i tanti – di Vito Volterra, che all'inizio del '900 studia le applicazioni della matematica ai sistemi biologici, aprendo un campo di ricerca i cui risultati oggi sono utilizzati per descrivere la complessità dei sistemi sociali ed economici. In mostra sono esposte anche le famose lettere in cui Volterra, senatore e primo presidente del CNR (Consiglio Nazionale delle Ricerche), si rifiuta di giurare fedeltà al regime fascista.

La riscrittura matematica del mondo tocca però il suo apice ai giorni nostri, con la rivoluzione delle tecnologie digitali e i modelli matematici in grado di descrivere, prevedere e addirittura trasformare la realtà intorno a noi: dalle applicazioni in medicina per le patologie del sistema cardiovascolare, alla conservazione del patrimonio paesaggistico e culturale, di cui i matematici studiano i fenomeni di degrado e

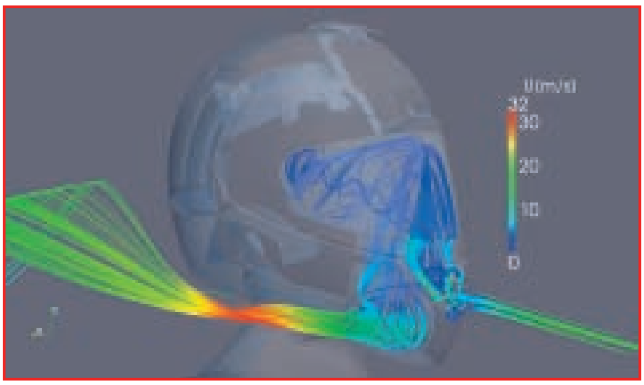


Immagine di M Longoni Moxoff

inquinamento, fino al mondo dello sport, in cui la progettazione e le simulazioni numeriche sviluppano automobili più aerodinamiche, caschi più confortevoli per le competizioni motociclistiche e costumi da bagno che migliorano le prestazioni dei nuotatori.
In mostra il visitatore può giocare a sovrapporre i "modelli matematici" alla realtà in una spettacolare installazione a cura dei videoartisti di camerAnebbia, trasformando in numeri e schemi di forze la progressione di un nuotatore e il traffico delle automobili, i flussi di persone e i movimenti coordinati degli stormi di uccelli. I modelli tengono conto delle continue variazioni a cui sono sottoposti i fenomeni studiati? Certo, e ce ne possiamo accorgere tuffandoci idealmente con un nuotatore e vedendo come cambia il modello che ne schematizza il movimento.

I matematici non lavorano soltanto a modelli per i problemi del mondo reale: spesso ne fabbricano di astratti per la loro ricerca. Ce lo ricorda il presidente dell'Unione Matematica Italiana, Ciro Ciliberto, nella sua intervista. Così avvenne in passato, ad esempio in uno dei periodi d'oro della matematica italiana all'inizio del 1900. Così avviene ogni giorno negli studi dei ricercatori.

Un esempio di come i matematici usano i modelli per visualizzare ciò che i loro occhi non riescono a vedere è la

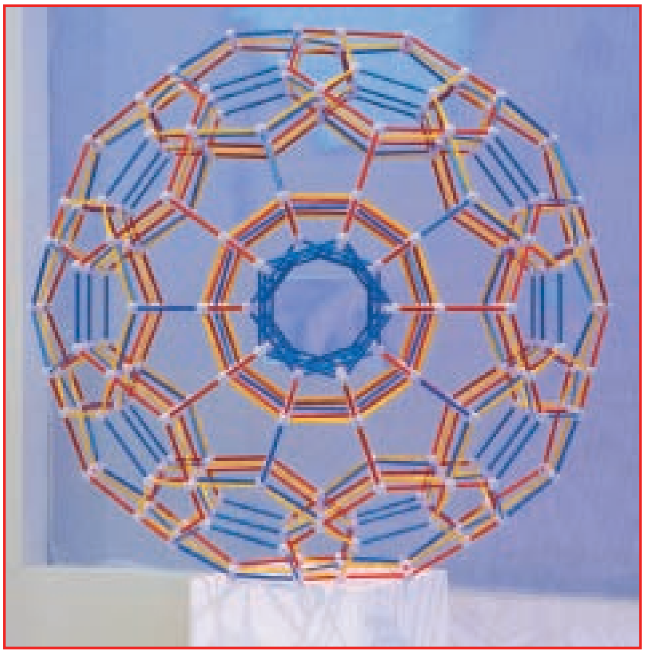


Foto di Cristina Chiappini
© Università degli Studi di Milano - Centro "matematita"

descrizione di uno spazio a quattro dimensioni, una in più rispetto alle tre a cui siamo abituati.
Entriamo così nel mondo dell'ipercubo e del 120-celle. Del primo vediamo le diverse sezioni e ricostruiamo uno dei 261 sviluppi. Dal secondo ci facciamo addirittura avvolgere... e gli effetti coreografici sono davvero coinvolgenti.

Ritornare dalla quarta dimensione non sarà uno *choc*? Nient'affatto, ci aspettano le interviste a giovani matematici alla scoperta del futuro, con le loro storie e le loro aspettative. Si sono formati sui banchi di scuola grazie a docenti intelligenti e pazienti. Alcuni sono emigrati verso altre nazioni; altri rimangono nei centri di ricerca italiani. A tutti brillano gli occhi quando parlano del loro lavoro.

Chi l'avrebbe mai detto che anche la matematica...

di Maurizio Giaffredo

E dire che il giorno dell'inaugurazione, quando l'ho visitata per la prima volta, ero rimasto un po' deluso. Era strana. Era bella, molto diversa da ciò che mi aspettavo. C'erano un sacco di persone (troppe!) e una miriade di temi, a ciascuno dei quali era dedicata un'area che mi è subito parsa troppo circoscritta per poter rendere loro giustizia.

A ripensarci ora mi sento stupido. Come si fa a essere delusi da una cosa bella?! Oggi, a cose finite, posso tentare di giustificarmi e fare un *mea culpa*: l'abitudine nel vedere presentati quei frammenti di matematica in un altro ordine e con un altro linguaggio mi portava a pensare che le proposte fossero mal presentate, che svilissero i risultati.

Forse non ero davvero deluso, ma ero in una sorta di crisi d'astinenza, molto comune tra i matematici: l'assenza di formalismo (che spesso viene confuso con il rigore) mi disturbava. Eppure non era la prima volta che venivo a contatto con la comunicazione della matematica.

Forse, addirittura, ero impaurito: avevo – per la prima volta di fronte a dei fatti matematici – il timore di non saper gestire quel po' po' di roba che c'era lì dentro. Non che non sapessi nulla su quelle questioni (alcune hanno richiesto mesi o anni di studi, per essere sviscerate in maniera accettabile), ma le ho sempre trovate sui libri, intrisi di simboli con cui prendere familiarità e costruzioni non banali. C'erano voluti tempo e fatica per cogliere certe sottigliezze. Come si poteva sperare di raccontarle in breve, a un pubblico così vasto ed eterogeneo come quello che mi circondava? E come si poteva lasciare, d'altro canto, che ognuna delle persone che avrebbero messo piede lì dentro potesse uscire senza aver colto la bellezza di OGNI angolo di quel luogo?

Come mi succede spesso, pretendevo troppo. Non riuscivo a liberarmi dallo sguardo di matematico per godermi lo spettacolo dal punto di vista di Elena, l'amica (non matematica) che mi stava accompagnando in quella prima visita. Mi sarei accorto solo dopo che noi guide di *MaTeinItaly* avevamo una grandissima opportunità: in una certa misura siamo stati "costretti" a ritornare su alcune questioni che davamo per scontate – credendo di averle esplorate al 100% e di aver già visto tutto a riguardo – per ricavarne il succo e riscoprirle da punti di vista diversi. Questa è un'esperienza arricchente, che pochi studenti di matematica hanno la fortuna di vivere in maniera così estrema. È stato un lavoro necessario, che ciascuno di noi – consapevolmente o meno – ha dovuto fare su se stesso per poter essere in grado di muoversi più agevolmente in quelle sale.
Con il tempo, mi sono dovuto rendere conto di aver toppato alla grande e di avere affrettato troppo considerazioni e

Foto di Carla Mondino

giudizi. Il dovermi ricredere e rivedere l'etichetta che avevo appiccicato a *MaTeinItaly* ha richiesto una certa fatica personale, ma è stato un processo di inevitabile onestà intellettuale. Imparare a guardare la bellezza matematica anche con gli occhi di un non addetto ai lavori è difficile, ma quando ci si riesce si conquistano improvvisamente più modi di goderne e – in certi casi, che forse qualcuno definirebbe patologici – si sviluppa una sorta di dipendenza da questo tipo di sensazioni. Gli altri animatori probabilmente sanno bene ciò a cui mi riferisco.

Il fatto che ciascuno di noi fosse libero nel proporre la propria lettura dei contenuti della mostra è stato, a mio avviso, una delle chiavi del grande successo della mostra. Nell'impostare una visita guidata, ma anche nel leggere i testi, non c'erano un unico *fil rouge* né un ordine da dover seguire. Al contrario, la mostra aveva varie chiavi di lettura e le visite potevano avere tagli diversi e sfruttare gli *exhibit* in molte maniere. La possibilità di creare connessioni tra questioni apparentemente non correlate è una delle caratteristiche più potenti della matematica, che ha dato a *MaTeinItaly* una marcia in più. È stato grazie a tutte queste diverse sfaccettature che ciascun visitatore poteva cogliere aspetti interessanti a seconda della propria età, della propria formazione e dei propri interessi.

Non è quindi una stranezza che si vedessero di frequente bimbi di terza elementare lasciare il posto a gruppi di quinta liceo scientifico, piuttosto che a studenti universitari, giornalisti, architetti, pompieri (moltissimi!), medici, impiegati, direttori di museo. Anche il personale della Triennale – che si occupava di gestire gli ingressi e della sicurezza – a volte si fermava ad ascoltare le visite guidate, rimanendo vigile ma tendendo l'orecchio per cercare di carpire una spiegazione. Alcuni di loro, nei momenti di pausa o di scarsa affluenza, sono diventati esperti nelle soluzioni di alcuni dei giochi matematici proposti. Alla loro preziosa professionalità si è dunque aggiunto un importantissimo *feedback* sulla mostra: un altro segno del successo di *MaTeinItaly* e una piccola soddisfazione in più per i curatori.

La vera sfida per gli animatori è stata certamente quella di far fronte alla valanga di prenotazioni per visite guidate a classi e gruppi di studenti, provenienti da scuole di ogni ordine e grado. Gestire quest'orda è stato davvero più difficile di quello che può sembrare: a complicare le cose non era solo la quantità, la durata e la frequenza delle visite, ma l'estrema eterogeneità dei ragazzi. Proporre un percorso a una terza elementare è evidentemente molto diverso dal fare una proposta a una terza media, ma molto spesso anche due terze medie hanno alle spalle percorsi diversi. Il saper capire al volo quale sia questo percorso, cosa si possa dare per scontato che i propri uditori conoscano e cosa invece non possiedono nella loro cassetta degli attrezzi matematici, è un'abilità che si affina solo con la pratica ed è indispensabile per muoversi efficacemente con quegli attrezzi, evitando il pericolo di lanciarsi in costruzioni impossibili oppure di annoiarli con banalità. In questo hanno un ruolo fondamentale gli insegnanti, che nella maggior parte dei casi (ma, bisogna dire la verità, non in tutti) hanno saputo essere un ottimo supporto al lavoro degli animatori.

Abbiamo potuto osservare i risultati con i nostri occhi. Già dopo i primi venti minuti di visita si potevano fare le prime previsioni accurate su come sarebbe finita. Se la maggior parte sembrava implorare pietà, bisognava fare qualcosa subito o li si sarebbe persi tutti via via. Al contrario, se lo sguardo di alcuni rimaneva vispo e intrigato, si poteva stare tranquilli. Personalmente, mi è capitato il caso estremo di una classe che è rimasta ben 3 ore – esattamente il doppio della durata prevista – perché sin dal primo momento i ragazzi mi hanno... invaso di domande (anche se dovrei specificare che non sono riuscito a far stare nemmeno una visita nell'ora e mezza prevista, nemmeno quelle disastrosamente noiose... Chi mi conosce sa che ho una "scarsa capacità di sintesi").

Ma i successi non si misurano solo in ore di permanenza. Mi ha colpito molto un episodio che mi è stato riportato da Emma, una collega: nel chiudere la visita con una terza elementare, aveva raccontato della congettura di Goldbach (ogni numero pari maggiore di 2 può essere scritto come somma di due numeri primi) e del fatto che essa rimane un problema a oggi irrisolto, e che, quindi, chi lo dovesse dimostrare diventerebbe molto famoso. Alla fine della visita, una bambina ha preso carta e penna e si è messa a copiare il testo del problema, chiedendo conferma ad Emma del fatto che sarebbe diventata davvero famosa nel caso in cui l'avesse risolto.

Ricordo con piacere anche il caso di una professoressa di storia dell'arte, che accompagnava una quinta liceo e la collega di matematica in una visita alla mostra. Entrava rasse-

Foto di Carla Mondino

Foto di Carla Mondino

gnata, quasi riluttante. Non so esattamente quale parte l'abbia colpita, ma è uscita entusiasta ed è tornata con un'altra classe per "rivedere la mostra e capire tutto quello che si era persa la volta precedente".

La vera novità, per quanto mi riguarda, è stata però l'interazione con quello che solitamente viene chiamato il "pubblico generico". Ecco alcuni episodi che mi hanno colpito.
Un ingegnere nucleare ora in pensione, appassionato di matematica ma anche di filosofia, interessato alla scoperta dei numeri irrazionali e agli ostacoli che il nostro pensiero pone di fronte ad alcune faccende matematiche, è stato estremamente disponibile nel raccontarmi la potenza della modellistica matematica nel suo lavoro.
Un medico, davanti alle simulazioni del funzionamento dell'apparato cardiocircolatorio, ha spiegato a me e a qualche altro curioso come – in medicina e in biologia – si stia assistendo a una rivoluzione che prevede la presenza sempre più massiccia di matematici, che forniscono modelli per il funzionamento del cervello ma anche per lo studio delle malattie e delle loro cause genetiche: un racconto appassionante!
E possiamo chiudere la lista con l'*eureka* di un ex professore di matematica, che mi chiedeva delucidazioni su un problema di geometria sferica e al quale mi è bastato dire: "Consideri il fatto che si muove su una sfera..." per fargli balenare la soluzione. La sua felicità nell'aver rispolverato in un istante i suoi ricordi di geometria sferica, quasi avesse rimesso in moto un ingranaggio fermo da molto tempo, era quasi commovente.
Un ingegnere biomedico prima ha fotografato le equazioni differenziali del modello di Lotka-Volterra per potersele studiare a casa con calma; poi, a pochi metri di distanza, è rimasto a bocca aperta di fronte al *Gioco della Vita* di Conway.

Solo ora, mi rendo conto che ciascuno di noi animatori si porta via un bagaglio di incontri e di riflessioni il cui valore deriva proprio dalla varietà delle persone e delle idee che abbiamo avuto la possibilità di incontrare. Anche se probabilmente non ce n'è bisogno, questa è l'ennesima prova che lo scambio tra matematici e non matematici è proficuo per gli uni e per gli altri.
La nostra società ha bisogno anche di parlare di matematica e *MaTeinItaly* è stato un ottimo *medium*.

Maurizio Giaffredo
È studente di Matematica presso l'Università degli Studi di Milano, appassionato di geometria e dintorni. Interessato, tra gli altri, anche agli aspetti divulgativi della *matematica*, collabora con il Centro matematita.
maurizio.giaffredo@gmail.com

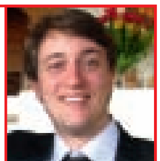


Foto di Fabrizio Marchesi

La purificazione del viandante

Fiaba tratta dalla raccolta "I mille e un backstage"

di Anna Betti

C'era una volta, nella notte dei tempi, un gruppetto di matematici estrosi che, dopo aver ascoltato con grande spirito introspettivo le proprie pulsioni professionali più recondite, ebbe la balzana idea di organizzare una mostra. Ma non doveva essere la solita mostra con tante formule da leggere e quasi niente da capire (per i comuni mortali, è ovvio), e la matematica che ne veniva fuori non doveva essere la solita matrigna arcigna che tanti Cenerentoli, una volta valicato l'esame di maturità, preferiva-no dimenticare. No, questa doveva essere una mostra scintillante come il palazzo del re, con – citiamo dal capitolo "Intervista ai curatori" –

esibizione di oggetti significativi per qualche motivo. Proiezioni. Interazione con programmi. Modelli. Installazioni.

Una mostra bella, dunque, innanzitutto, con l'obiettivo di stupire i viandanti che, dopo un lungo e faticoso errare attraverso la foresta nera delle formule incomprensibili, cercavano conforto, seppur increduli, proprio a palazzo reale (o meglio, al palazzo della Triennale!). Ecco, il gruppo di matematici illuminati desiderava che tutti uscissero dal palazzo diversi da com'erano entrati. Certo i loro sogni erano ambiziosi:

Foto di Fabrizio Marchesi

spesso l'ostilità preconcetta nei riguardi della matematica viene proprio dall'incomprensione; cominciare a capire una piccola cosa può creare una fessura da cui si comincia a incrinare un muro.
Mi piacerebbe che qualche visitatore si portasse a casa la voglia di saperne di più e di continuare quindi il discorso al di fuori della mostra.
Sul piano delle riflessioni: mi piacerebbe che la mostra contribuisse a rompere alcuni stereotipi duri a morire, a partire da quello del matematico che fa i conti, chiuso nella sua stanza, fuori dal mondo; mi piacerebbe che dalla mostra trasparissero mille diversi volti della matematica, e come questi diversi volti non siano "l'un contro l'altro armati", ma si intreccino l'uno con l'altro; mi piacerebbe che il visitatore si portasse a casa l'idea che fare matematica si può, e che può essere una bella esperienza di libertà intellettuale... e mi piacerebbe che il visitatore uscendo dalla mostra pensasse che anche nella matematica si può cercare e trovare bellezza.
Il "riscatto" rispetto alla matematica scolastica sarà il prodotto del fatto che la mostra sarà bella, solleciterà curiosità teoriche e pratiche oltre a indicare l'utilità pratica della matematica.
Apprendimento in senso tecnico: poco. Apprendimento che la matematica è una cosa più seria e più bella di quella che ci hanno propinato a scuola: molto. Soprattutto attraverso la sorpresa di scoprire cose vecchie in salse nuove, e la curiosità destata dagli "effetti speciali". Riflessione sulla necessità di vedere meglio la materia e i suoi aspetti. Emozioni: il più possibile curiosità, novità, senso del bello e del progressivo, capacità di risolvere i problemi.

Nessuno sa con precisione quali fossero le loro motivazioni più profonde (e d'altronde la psicanalisi, disciplina nata verso la fine del secondo millennio d.C., era lontana secoli a venire); sicuramente erano stufi di sentirsi incompresi dai cittadini del Regno e speravano di migliorare la propria reputazione, o – forse è addirittura più plausibile questa seconda ipotesi – volevano estendere a tutti quell'esperienza mistica che loro vivevano quotidianamente. Tutto ciò attraverso la dissoluzione dell'aura paurosa di mistero che li circondava in quanto matematici:

lo scopo principale è quello di raccontare che cosa fanno i matematici (e come lo fanno, e dove lo fanno)

Certamente puntare così in alto significava dover lavorare duro, ma loro ne erano consapevoli:

sappiamo benissimo che non è affatto facile. [...] *credo che ci si debba porre di fronte a ogni singolo problema con molta umiltà, facendo uno sforzo per mettersi nei panni del lettore privo di strumenti, testando le proposte, ascoltando i commenti e... lavorando molto. Sembra una gran banalità, ma è forse l'aspetto più significativo: il testo apparentemente più semplice e naturale non nasce mai in modo semplice e naturale, ma nasconde spesso un lungo e faticoso lavorio.*

Così, da bravi samaritani e accettando la sfida, si misero al lavoro, coinvolgendo anche gli adepti più giovani. Per lungo tempo la loro officina fu un brulicare di stranezze; le eresie, almeno all'apparenza, furono tante (ad esempio furono trovati dei sospetti messaggi in codice come questi: "Rosso-› Verde", "Verde-› Viola"; e poi "Blu=Blu", "Rosso=Rosso" e "Viola=Verde"), e talvolta loro stessi vennero presi da sconforto (come si legge nel capitolo "Istantanee di un ciclone"):

non posso negare che l'alcol potrebbe essere di conforto con quei colori! Una parte spesso noiosa del lavoro è controllare che i modelli che stiamo preparando siano esatti, un modo per non fare errori è rendere la cosa divertente (e forse, talvolta, anche un po' strampalata) ma soprattutto... scrivere tutto quanto! Così non si rischia di dimenticarsi qualcosa per strada.

Tuttavia i lavori continuarono di buona lena e qualcuno di loro, ormai fuori dal Regno ma attaccato alle proprie radici, fece recapitare ancor prima dell'apertura della mostra una pergamena in cui provava a raccontare con suggestive metafore il proprio mestiere:

Nell'immaginario collettivo, il matematico è spesso associato a una figura fuori dal mondo, con la testa nelle nuvole immersa in pensieri astratti, seduto a tavoli pieni di libri che nessuno, a parte lui, riesce a leggere, non esente da qualche difficoltà di adattamento alla realtà in cui viviamo. Luoghi comuni, accidenti. [...] *il matematico si occupa di questo: di illuminare nuovi punti [di una] mappa e descrivere, un pezzettino alla volta e nel modo più preciso possibile, quello che riesce a vedere. La formazione che l'università dà a un futuro matematico consiste, parafrasando, nell'insegnargli a scalare in modo efficiente e a fabbricarsi una torcia, nel portarlo nelle zone di luce per fargli prendere confidenza e far sì che sviluppi un feeling di come sia il "paesaggio matematico", e infine (cosa non semplice) nel portarlo nelle prime zone di buio. Torcia e insegnamenti alla mano,*

Foto di Fabrizio Marchesi

si inizia a esplorare. Scrivere un teorema matematico equivale a disegnare, sulla mappa, la zona che la propria "torcia matematica" è stata in grado di illuminare con precisione. A volte la luce che si ha è troppo flebile, e ci vogliono altri matematici che aiutino a illuminare meglio un determinato punto della mappa. A volte ci si trova in una zona troppo buia e la luce non evidenzia niente di niente. E lì, che si fa? Si torna indietro, alla luce, cercando una zona meno oscura o provando a fabbricarsi una torcia migliore. Ci sono grandi matematici, quelli a cui il talento ha dato la capacità di costruirsi un faro invece che una torcia, in grado di illuminare nuovi bellissimi panorami. Spesso hanno anche il feeling di formulare quelle che in gergo si chiamano "congetture" (continuando la nostra metafora significherebbe: "Fino a lì non riesco a illuminare, ma la mia sensazione ed esperienza dicono che in quella zona il paesaggio è fatto in questo modo..."). Non infrequentemente, le loro descrizioni risultano poi essere vere. È come un sesto senso, non vedi ma percepisci. In piccolo, è un lavoro che ogni matematico deve fare.

Il tempo passò e arrivò il grande giorno: la mostra era realtà! Frotte di pellegrini provenienti da ogni parte del Regno affollavano i locali del palazzo; uomini, donne, grandi e piccini, gui-

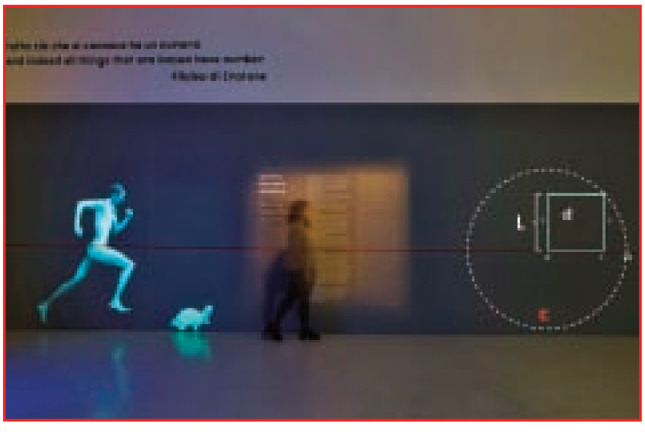


Foto di Fabrizio Marchesi

dati da giovani discepoli appositamente preparati per l'evento, riempivano le sale ammirando i risultati di tanto lavoro e ponendo le domande più stimolanti dal punto di vista matematico. Ecco cosa racconta una guida entusiasta:

tra le domande più strane, ho avuto un bimbo che mi ha chiesto se si potesse anche dormire nella mostra.

Ma, in fin dei conti, che cosa c'era nella mostra? Beh, c'erano ovviamente tante cose, ed erano disposte in modo decisamente arguto. Ai curatori stava particolarmente a cuore la tematica psicologica; così, per non spaventare i visitatori, decisero di avvicinarli alle parti più stimolanti della matematica gradualmente, perché un'esposizione improvvisa non li abbagliasse dopo che avevano passato decenni nell'oscurità. Il percorso iniziava dunque da un ambito familiare (quello, peraltro, colpevole di aver nutrito tanti stereotipi ma con il pregio di essere una terra almeno parzialmente conosciuta): il numero. Scelta coraggiosa, perché il loro desiderio era proprio quello di sfatare il mito che la matematica si identifichi con numeri e formule. I visitatori, pieni di curiosità e allo stesso tempo un po' sulle difensive, si rilassavano, pensando di sapere già tutto. È qui che cominciava davvero l'esperienza. Perché di numeri si parlava in tanti modi diversi – attraverso pannelli scritti, certamente, ma anche attraverso colonnine video ad altezza uomo con scienziati che spiegavano alcuni concetti, con postazioni interattive da provare e con cui giocare, con video esplicativi – e non si tralasciavano i problemi: ad esempio si poteva guardare un filmato in cui il povero Achille inseguiva invano la famosa tartaruga; o si poteva provare a contare a colpo d'occhio una certa quantità di pallini proiettati su un pannello, vivendo l'esperienza che hanno del numero anche gli animali, e poi ascoltarne la relativa spiegazione da parte di un neuroscienziato presentato nella colonnina a grandezza reale; oppure, ancora, ascoltare un'altra esperta che parlava dell'idea di infinito e di quella strana possibilità concettuale che è il confronto fra infiniti. Altro che equivalenza tra matematica e far di conto! Altro che polverosa matematica scolastica! Per fortuna, alla fine della prima sala si calmavano gli animi (anche le emozioni positive, si sa, creano scompiglio) con l'esposizione di alcuni strumenti di calcolo del passato: regoli, calcolatrici, ecc. E il visitatore, come dopo un sorbetto a un pranzo di matrimonio, tornava pronto per una nuova abbuffata: davanti a lui si apriva la sala delle carte geografiche, delle mappe e delle riproduzioni. Qui aveva luogo la vera iniziazione: finalmente si passava il messaggio che il matematico si occupa, oltre che di numeri, anche di forme e, in gran parte, di modelli. Modelli che all'inizio erano fedeli riproduzioni rimpicciolite, come quella del Duomo di Milano, e che poi si trasformarono in rappresentazioni funzionali della realtà, disposte a rinunciare alla fedeltà di ciò che mostravano in cambio di una potente capacità di descrivere e, più tardi, anche di prevedere i fenomeni reali. Qui la giungla degli oggetti in mostra si infittiva: c'erano carte romane che pendevano dal soffitto, antichi mappamondi con la rappresentazione delle terre fino ad allora conosciute, pannelli interattivi di ogni genere. Senza neanche accorgersene, ci si trovava immersi in una verità importante tanto matematicamente (e creativamente) parlando quanto in senso... democratico! Cioè, attraverso postazioni dedicate al sistema solare, alla pittura prospettica, alla rappresentazione della superficie terrestre, si faceva l'importante esperienza di guardare le cose da diversi punti di vista. Davvero scienza ed educazione a volte si trovano a braccetto! Descrizione, anzi, descrizioni della realtà, dunque. Ma anche previsione: altri pannelli permettevano di entrare in un modello e di visualizzarne le modifiche conseguenti. Si capiva quindi che per comprendere il funzionamento di un fenomeno nella realtà, un efficace strumento era quello di studiarne il relativo modello. Da qui a modelli di problemi biologici o sociali il salto non era poi tanto lungo e il visitatore si ritrovava ben presto a fare i conti (in senso figurato, questa volta!) con animazioni di pesci e squali, prede e predatori. E la cosa stupefacente era che, così accompagnato per mano, gli sembrava quasi naturale! A questo punto gli erano spuntate le ali e si accingeva a spiccare il volo (tanto, nella sala in cui si trovava, dal soffitto non pendeva più niente!): sciolti i vincoli terreni, nella tappa successiva tutta una serie di dispositivi lo conducevano alla scoperta della quarta dimensione.
Certamente la sua propensione alla gravità era tale da indurlo, ogni tanto, a cercare sicurezza in qualcosa che si potesse vedere o toccare, ma i nostri intrepidi matematici, che la sapevano lunga, avevano previsto anche questi cedimenti e avevano approntato animazioni e oggetti che, partendo proprio dall'esperienza fisica, consentissero di lasciar gradualmente spazio alla concettualizzazione del viandante ormai quasi redento. In fondo, tutti sapevano che è possibile disegnare (rappresentazione a due dimensioni) oggetti reali (a tre dimensioni). Mancava solo il coraggio di estendere il ragionamento, e in questo il visitatore era aiutato con rappresentazioni in tre dimensioni di fantomatici corpi in quattro dimensioni... bastava solo osare...

Foto di Fabrizio Marchesi

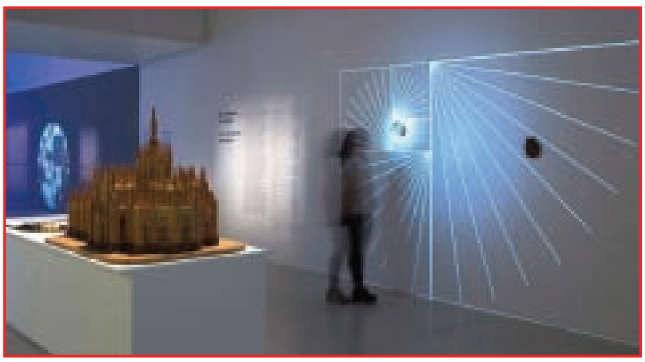


Foto di Fabrizio Marchesi

Il rito di purificazione era quasi concluso. Il percorso terminava con il video di alcuni giovani discepoli che raccontavano la loro storia di folgorazione e le loro speranze. Erano loro il futuro del Regno. Subito dopo, invece, accanto ad alcuni giochi, il presente del Regno con tutti i luoghi di culto matematici.
Ecco, il visitatore era pronto per uscire, da quella stessa porta da cui era entrato. La porta era la stessa, ma lui no, MaTeInItaly l'aveva cambiato per sempre, ora era un uomo nuovo e così sarebbe stato per un tempo infinito, anzi lungo due infiniti!

Segni particolari: matematico

a cura di Anna Betti

Chi amava i numeri sin da bambino, chi era bravo a scuola, chi sognava di diventare scrittore, chi alla matematica non ci ha pensato sino al fatidico momento in cui, alla fine delle superiori, la vita chiede di capire per bene i propri interessi: vi presentiamo un piccolo ritratto di giovani matematici italiani, che si raccontano brevemente

Alcuni di loro fanno ricerca, alcuni insegnano, alcuni, ancora, lavorano in ambiti applicativi; alcuni sono in Italia, altri – molti – vivono all'estero. Alcuni ricordano il periodo degli studi universitari con soddisfazione (e un pizzico di nostalgia), altri sono più critici. In tutto questo sono un campione di mondo ordinario, con tutta la varietà che si coglie in un gruppo di persone. Tutti loro, però, sono accomunati dalla passione per la disciplina che hanno scelto di studiare, passione che sembra arrivare da un'esperienza quasi magica, dall'incontro, a un certo punto del loro percorso, con qualcosa di molto affascinante, con la scoperta che la matematica non consiste solo di numeri e formule da applicare meccanicamente, ma è, invece, un trampolino verso l'immaginazione, la creatività, la capacità di osare con il ragionamento. Queste dimensioni, solitamente insospettate da parte dei non matematici, e la sensazione che si prova quando si raggiunge un buon risultato in una propria ricerca ("come se fossi arrivato in cima a una grande vetta", dice uno di loro) sono la chiave di un entusiasmo particolare, quasi di un tratto distintivo della specie *homo matematicus*.

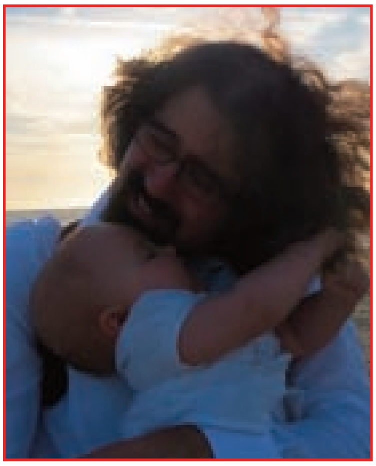
Riccardo Murri

Scientific Application Specialist presso l'Università di Zurigo

Ho scelto Matematica all'università principalmente per... pigrizia! Al liceo, infatti, era una materia in cui andavo bene senza bisogno di studiare troppo, e pensavo che così sarebbe stato anche all'università. La realtà è stata, invece, piuttosto diversa!

Scherzi a parte, sono state decisive le influenze familiari: vengo da una famiglia con una forte tradizione scientifica, e in particolare la figura di mio nonno è stata molto ispiratrice, con i racconti che faceva dei suoi studi di Astronomia (era stato allievo di Levi-Civita e Marcolongo).

Avevo pensato di studiare Informatica, ma ne sono stato dissuaso dai miei familiari, che non lo ritenevano un corso di laurea in grado di fornire una preparazione solida.



Riccardo Murri

All'esame di maturità scientifica ho portato "Fisica" e studiando mi sono accorto che le parti più astratte erano quelle che mi affascinavano maggiormente. La scelta di studiare matematica è diventata allora naturale. Ma ciò che ho trovato è stato diverso da quello che mi aspettavo: da una parte c'era una profondità, negli studi di geometria e di algebra moderna, che non sospettavo minimamente, e di cui mi sono innamorato; dall'altra mi aspettavo che le lezioni fossero un po' come gli articoli di Martin Gardner, e invece, focalizzate essenzialmente su settori "classici", non vi assomigliavano neanche lontanamente.

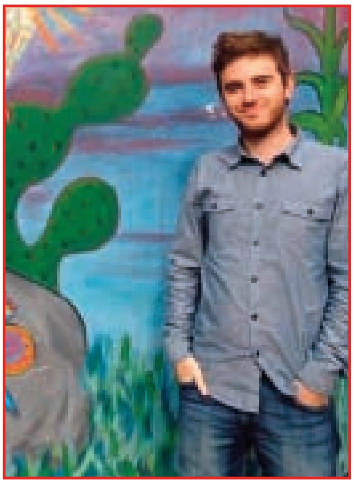
Ho studiato a Pisa: laurea all'Università e dottorato alla Scuola Normale Superiore. Ho fatto le due tesi nell'ambito della Topologia/Geometria Algebrica. Purtroppo, sebbene abbia un buon ricordo di quegli anni, entrambi gli ambienti si sono dimostrati poco stimolanti e incoraggianti, un tantino autocelebrativi e chiusi, per esempio, nei confronti dei programmi Erasmus o di progetti di introduzione alla ricerca o all'insegnamento.

Ora non faccio più ricerca, ma lavoro nel servizio di supporto IT al calcolo scientifico dell'Università di Zurigo. Tra le altre cose, aiuto gruppi di ricerca a scrivere programmi per simulare fenomeni o analizzare dati sperimentali e la formazione matematica mi aiuta a "vedere" e maneggiare con facilità le astrazioni che compongono un programma complesso.

Alessandro Spagnuolo

DOTTORANDO PRESSO L'UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA

Sono passati ormai dieci anni da quando decisi di iscrivermi al corso di laurea in Matematica all'Università di Bari; tuttavia, ancora oggi, ricordo bene le sensazioni che ebbi. Perché ho scelto di studiare matematica? La disciplina in sé già mi affascinava tantissimo, ma alla fine è stata la passione verso il suo insegnamento a convincermi, il voler capire come mai tanti miei compagni vedessero la "regina delle scienze" come un ostacolo insormontabile!

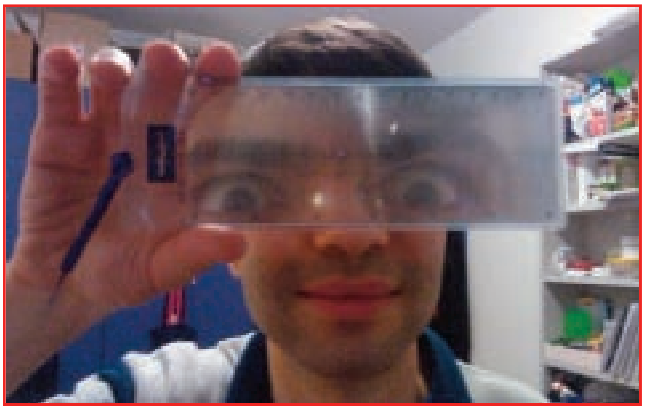

Alessandro Spagnuolo

Inizialmente sono rimasto sorpreso dalle tematiche affrontate durante il primo anno di studi universitari. A distanza di tempo però ho capito che la loro importanza sta nello sviluppo di una forma di ragionamento basata sulla logica e applicabile in qualsiasi contesto della vita reale. Per continuare il mio percorso universitario – in Didattica della Matematica – mi sono trasferito a Ferrara, dove, dopo aver conseguito la laurea magistrale, ho iniziato il dottorato di ricerca.
I miei studi vertono su una particolare metodologia didattica chiamata *Cooperative Learning*, sull'uso delle tecnologie nell'insegnamento della matematica (*GeoGebra*) e sull'Etnomatematica, disciplina che indaga la cultura e il contesto storico in cui la matematica si sviluppa, nel caso sia di popolazioni tribali che di settori della società industrializzate.
Finito il dottorato, se non dovessi continuare i miei studi accademici, cercherò di diventare insegnante della scuola secondaria: il mio obiettivo rimane quello di aiutare chiunque incontri difficoltà a "rimuovere l'ostacolo", in modo che possa accedere alle bellezze nascoste dietro ad esso.

Francesco Marigo

DOTTORANDO PRESSO L'UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELL'INSUBRIA

Ciao! Sono Francesco, studente di dottorato all'Università degli Studi dell'Insubria nell'ambito della Logica matematica. La mia passione per la matematica è nata molto presto: neanche ricordo un tempo in cui non fossi attratto da numeri e forme geometriche. Fin da piccolo immaginavo la matematica nel mio destino, anche se non avevo un'idea chiara di che cosa ci si potesse fare. Più che nelle applicazioni, ho sempre trovato la bellezza della matematica nei suoi aspetti di gioco, di viaggio fantastico e magico. Ricordo, ad esempio, il fascino della scoperta dell'esistenza di dimensioni oltre la terza, che la matematica permette di esplorare, almeno con la fantasia. Il mio percorso di studi è stato ricco di soddisfazioni fino all'università, con insegnanti che hanno sempre ravvivato la mia curiosità.
All'università, invece, ho incontrato spesso difficoltà, trovando una disciplina diversa rispetto all'idea che mi ero fatto di matematica. Il mio percorso è stato lungo e tortuoso, cambiando spesso sede: da Pisa a due dipartimenti di Milano, con molte interruzioni. Ma ho ritrovato, negli ultimi anni, un interesse più maturo e più forte di prima, e spero più che mai di continuare a scoprire nuovi mondi nell'universo matematico.
Attualmente la mia ricerca riguarda alcuni modelli algebrici per le logiche polivalenti - i sistemi logici che ammettono una gradazione dei valori di verità più ampia dei soli vero e falso e nascono da un tentativo di rappresentare matematicamente il ragionamento approssimato.


Francesco Marigo

Camillo De Lellis

DOCENTE DI ANALISI MATEMATICA PRESSO L'UNIVERSITÀ DI ZURIGO

Mi chiamo Camillo e sono nato 38 anni fa a San Benedetto del Tronto. Sono stato un bambino precoce in matematica, di quelli che facevano le moltiplicazioni a mente prima di imparare ad allacciare bene le scarpe.
Mi ricordo che mi divertivo un mondo con i numeri e le figure, che esploravo con mio padre quando non giocavo a nascondino e a campana con i miei vicini di casa. Crescendo ho sempre pensato che sarei diventato uno scienziato, eccetto per un breve periodo di crisi: da ragazzo ho studiato violino al Conservatorio e a un certo punto ho dovuto scegliere quale passione volevo seguire. Alla fine, hanno vinto la matematica e la scienza.


Camillo De Lellis

Mi sono laureato e dottorato alla Scuola Normale Superiore di Pisa, dove la scoperta della matematica moderna è diventata un'avventura affascinante, condivisa con alcuni carissimi amici. A Pisa ho anche incontrato la mia futura moglie, in borsa di scambio per un anno, che mi ha rapito e portato in Svizzera, dove sono tuttora.
Mi occupo di equazioni differenziali alle derivate parziali, o meglio di alcune, visto che è un campo vastissimo, per la maggior parte in ambiti collegati alla Geometria differenziale e alla Fisica matematica.
Credo di non aver mai perso l'entusiasmo che avevo da bambino: non so esattamente che cosa mi spinga, ma quando riesco a risolvere un problema a cui sto dietro da tanto, quando finalmente riesco a capire il meccanismo di quel qualcosa che ha eluso i miei tentativi per mesi, mi sento come se fossi arrivato in cima a una grande vetta.

Simone Diverio

Ricercatore di Geometria presso il CNRS a Parigi

Pare che la passione per la matematica salti una generazione. Così, mi sono ritrovato molto presto, chissà quando esattamente, a farmi spiegare da mia nonna (professoressa di matematica alle superiori) come estrarre la radice quadrata di un numero intero con un procedimento simile alla divisione in colonna. A dire il vero, ora non ricordo nemmeno più come si fa. In ogni caso, da che mi ricordo, volevo fare il professore di matematica: magari un sogno meno eccitante di quello di fare l'astronauta, ma decisamente più facile da realizzare.
Eccomi qua infatti, circa trent'anni dopo, ricercatore e insegnante di matematica in un'università di Parigi, tornare a casa con l'immancabile *baguette* sotto al braccio e tanta soddisfazione nel fare un bel mestiere, che sinceramente trovo poco pesante, e al contempo di grande soddisfazione intellettiva e soprattutto sociale.
La mia avventura era cominciata, dopo il diploma di maturità scientifica, all'Università di Roma "Tor Vergata". Begli anni, intensi, pieni di tanto studio e divertimento. Poi il dottorato di ricerca, a metà tra Roma e Grenoble. E, alla fine, faccio il concorso, entro al CNRS e la mia vita si sposta a Parigi, appunto.
Faccio il geometra. Non di quelli utili, come mio padre, che costruisce case, ma di quelli che studiano la geometria. È un mestiere antico, nobile come qualunque altro mestiere, che richiede però una buona dose di astrazione.
Se mai dovessero esserci in futuro dei concorsi in Italia, li faccio volentieri. E se vinco, torno! A presto, allora...

Simone Diverio

Silvia Benvenuti

Ricercatrice presso l'Università degli Studi di Camerino

Silvia Benvenuti

Sociologia, Psicologia, Statistica: al momento di scegliere la facoltà, a iscrivermi a Matematica non ci pensavo proprio! Già, perché il criterio era quello della lontananza dalla cittadina in cui avevo studiato e che al momento della maturità mi andava un po' stretta. Per questo, tutte le facoltà rappresentate in quel tempo remoto – correva l'anno 1988 – alla vicina Università di Pisa erano automaticamente da scartare. Insomma, dopo aver fatto la selezione alla Bocconi, essere stata ammessa, essermi vista tagliare i fondi dal mio adorato babbino, aver ripiegato su Economia e Commercio a Pisa (!) e aver pianto tutti i lunedì sera di ritorno dalle lezioni di ragioneria, sfinendo quel martire del mio fidanzato di allora, il martire stesso decise che mi sarei iscritta a Matematica. A Pisa. E così, imprevedibilmente, è iniziata la mia avventura tra formule e teoremi. È stata una sorpresa, perché la matematica dell'università mi è sembrata subito molto più bella dei conti che al liceo mi venivano tanto facili da annoiarmi. E l'emozione è stata tanta da buttarmi a capofitto, laurearmi e dottorarmi al volo, iniziare a girare il mondo per convegni, senza preoccuparmi per niente di comunicare questa mia meraviglia ai non iniziati con cui venivo in contatto. È solo grazie all'incontro con quel magnifico comunicatore che era Franco Conti che ho preso a interessarmi alla comunicazione scientifica. Ho poi frequentato un *master* alla Sissa di Trieste, specializzandomi in Editoria e giornalismo, e ho iniziato la vita che conduco tutt'ora, cercando di conciliare gli impegni accademici con il mio anelito divulgativo. Impresa altamente non banale: la mia attività di ricerca, che si svolge prevalentemente nel campo della topologia in dimensione bassa (nodi, superfici e 3-varietà), richiederebbe una concentrazione quasi esclusiva; la mia attività didattica, rivolta sia agli studenti universitari (di Architettura e Matematica), sia a quelli degli ultimi anni delle scuole superiori, necessita di tempo ed energia; e l'attività di comunicazione, che mi porta a scrivere libri, partecipare a trasmissioni televisive, collaborare con riviste, rosica tempo dove non ne resta. D'altra parte queste mie facce compongono un tutto armonico che mi gratifica e mi entusiasma, tanto che non sono disposta a rinunciare a nessuna. Nell'attesa, quindi, che venga accolta la mia richiesta di introdurre giornate di 48 ore, cerco di barcamenarmi: di certo non mi annoio!

Corinna Ulcigrai

Docente di Sistemi Dinamici presso l'Università di Bristol

Corinna Ulcigrai

Il mio sogno da bambina era quello di diventare scrittrice. La mia famiglia, di formazione umanistica, si stupisce ancora del fatto che sia diventata una matematica. La "colpa" è delle Olimpiadi della Matematica, che al liceo mi fecero scoprire il gusto dei problemi come sfida creativa. Da lì, una serie di coincidenze mi hanno portato in giro per il mondo. Prima alla Scuola Normale di Pisa e poi quattro anni, duri ma molto formativi, alla Princeton University (l'università di *Beautiful Mind*, dove il mio ufficio era accanto a quello di Nash!). Il mio relatore di dottorato è stato Yakov Sinai, premio Abel 2014 (il "Nobel" della matematica) che mi ha trasmesso la passione per la teoria matematica del caos. Grazie al suo esempio, ho imparato che per risolvere i problemi servono ottimismo e perseveranza. Studio sistemi complessi, spesso derivanti da problemi di fisica, e cerco di capirne le proprietà caotiche. Oggi sono docente all'Università di Bristol, in Inghilterra, che mi ha offerto un posto fisso a 27 anni! Qui ho conosciuto mio marito, anche lui matematico. Tante sono le sfide matematiche in cui mi sono imbattuta, e ancora di più quelle che mi aspettano in futuro. Ora, in particolare, una delle mie sfide, come quella di tante donne matematiche (e non), è quella di conciliare famiglia e ricerca. Viaggiare con un bimbo piccolo non è facile; d'altra parte molti progressi si fanno scambiando idee alla lavagna con esperti sparsi in tutto il mondo. In due anni di vita, nostro figlio ha già passato vari mesi a Zurigo, Gerusalemme e Cambridge in "trasferta" con noi.

Luciano Mari

Docente di Geometria differenziale presso la Universidade Federal do Ceará, Fortaleza (Brasile)


Luciano Mari

"Ma tu che lavoro fai?". "Matematica"... Già, matematica. Mi chiamo Luciano Mari e faccio ricerca in matematica. "Ah"... poi un attimo di silenzio e "Toglimi una curiosità: COSA ricerchi?". Bella domanda. Hai presente un esploratore? Bene, in un certo senso sono un esploratore. Un esploratore del paesaggio matematico. Tutto si basa su leggi matematiche, dalla fisica alla biologia, alla geologia, alla medicina, alla sociologia... scoprirle, riconoscerle e capirle è indispensabile per lo sviluppo (tecnologico, ma non solo) della società in cui viviamo. E la matematica è come uno sconfinato paesaggio, ricco di particolari, che contiene ancora un'incredibile quantità di luoghi interessanti da scoprire, descrivere, illuminare. Svelarli, poco alla volta e con pazienza, è l'obiettivo del matematico.
Come mi è venuta l'idea di diventare matematico? Avevo sempre avuto un buon rapporto con la matematica, ma dalle superiori, anche grazie alla mia insegnante e alle Olimpiadi della Matematica, ho potuto apprezzare quanto fosse ben di più di una semplice applicazione di formule (per formule e conti ormai ci sono i computer, e funzionano molto meglio di un matematico!). È per questo che diventava davvero interessante. E così mi sono trovato a scegliere Matematica come corso di laurea, a proseguire fino al dottorato a Milano, e a buttarmi nella ricerca. Ora sono in Brasile, a Fortaleza, e studio Geometria differenziale, un'area grande e in continua evoluzione. Detto molto brevemente, uso metodi analitici (derivate, integrali, equazioni differenziali) per studiare forme geometriche, ossia, oggetti che generalizzano poligoni, poliedri, sfere, superfici di ciambelle ecc. Ho la fortuna di poter viaggiare, aspetto fondamentale per comunicare le proprie idee e apprendere il meglio da quelle degli altri.
La matematica stessa ha beneficiato dello sviluppo tecnologico a cui ha contribuito, ed ora è bellissimo poter conversare e lavorare con persone di tutto il mondo con grande facilità; oltretutto, essendo membri di una meravigliosa "globalizzazione matematica", sebbene ognuno con i suoi "accenti" differenti, parliamo tutti la stessa lingua.

Margherita Lelli Chiesa

Post-Doc presso il Centro "Ennio De Giorgi" di Pisa


Margherita Lelli Chiesa

Alla fine del liceo la decisione di cosa fare da grande è stata tutt'altro che facile: ero abbastanza certa di voler frequentare una facoltà che potesse aprirmi le porte del mondo della ricerca, ma quanto all'ambito (Lettere? Fisica? Chimica? Matematica?) ero molto confusa. Solo nel mese di agosto ho scelto Matematica pensando che, visti tutti i miei dubbi, mi convenisse optare per la materia che fin da bambina avevo considerato più semplice.
Mi sono iscritta alla "Sapienza" a Roma e mi sono immediatamente resa conto che la matematica non era poi così facile: richiedeva impegno e rigore, ma anche molta fantasia e immaginazione! Sono stata aiutata da un ambiente allegro e stimolante: molti compagni di studi sono diventati miei amici stretti e gli anni dell'università sono stati un periodo davvero felice! I professori sono stati molto disponibili e mi hanno aiutato a scoprire il fascino della geometria. Durante la laurea specialistica ho trascorso un semestre ad Heidelberg, in Germania, con il progetto Erasmus (avventura fantastica che consiglierei a tutti!) e sono poi andata a Berlino per il dottorato (esperienza altrettanto bella e formativa!). La disciplina di cui mi occupo utilizza strumenti di algebra per studiare problemi geometrici (da cui il nome di "geometria algebrica") e ha una grande e importante tradizione italiana.
Dopo quattro anni nell'accogliente e organizzata Germania, che ormai considero come una seconda casa, da alcuni mesi sono riuscita a tornare in Italia con un assegno di ricerca presso il Centro "De Giorgi" di Pisa. La situazione universitaria non è delle più rosee, ma spero che il nostro Paese (dove sono i miei più grandi affetti) mi permetta di continuare a fare il lavoro che amo: la matematica mi diverte e i passi avanti nella mia ricerca, anche quelli piccoli e faticosi, mi fanno sentire come un bambino alle sue prime scoperte! Ho il grande sogno di trasmettere a futuri studenti la magia e l'eleganza della matematica, così come i miei insegnanti (la maestra delle elementari, la professoressa del liceo, i docenti universitari) sono riusciti a fare con me!

Visualizzare la quarta dimensione

di Maria Dedò

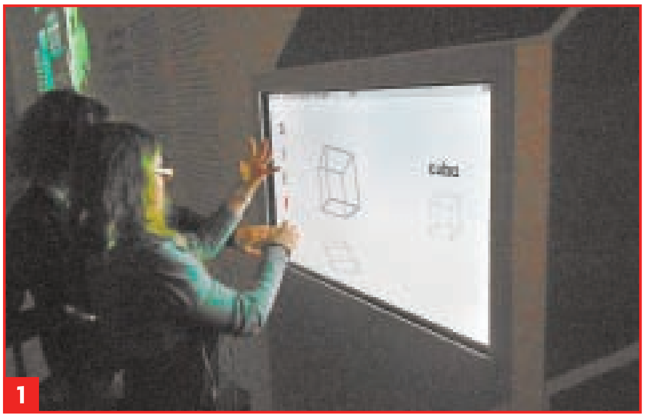
Il tema dello spazio a quattro (o più) dimensioni compare nella mostra MaTeinItaly *alla fine del percorso e si configura come una vera e propria provocazione: il visitatore viene sfidato addirittura a "vedere" qualcosa nello spazio a quattro dimensioni*

La prima cosa che va registrata è che i visitatori che rimangono più sconcertati di fronte a questa provocazione sono proprio quelli più dotati di qualche strumento matematico, per esempio gli studenti di un corso di laurea scientifico che sono abituati a "fare i conti" con spazi a più dimensioni e che sanno benissimo che, una volta che si impara a maneggiare coppie e terne di numeri, si possono fare le stesse cose con le n-ple: fra i vari numeri n possibili c'è anche n=4, sicché questa fascia di pubblico dovrebbe in teoria avere l'impressione di dominare la situazione. Ma in mostra si propone qualcos'altro, si asserisce di voler VISUALIZZARE la quarta dimensione, e questo obiettivo (qualsiasi cosa voglia dire) non sembra avere un rapporto diretto con il fatto di aver acquisito la capacità di fare i conti in $\mathbf{R}^n$.

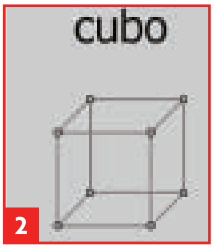
La provocazione, esplicitamente espressa dai verbi "vedere" e "visualizzare", ha lo scopo di portare l'attenzione sul punto di vista sintetico, cioè su quella maniera di fare geometria che non fa ricorso all'algebra e alle coordinate, che spesso viceversa hanno l'esclusiva dell'insegnamento della geometria (sia a livello preuniversitario, sia a livello universitario): vero è che, una volta che si capisce come fare i conti con coppie e terne di numeri, si possono senza problemi estendere queste tecniche alle quaterne e alle n-ple e ci si può tranquillamente dimenticare del fatto che una coppia di numeri corrisponde a un punto del piano e una terna di numeri corrisponde a un punto dello spazio tridimensionale; certo, è vero, però... è un peccato! Ricordarsi dell'impianto geometrico e utilizzare, quando capita, l'intuizione geometrica che abbiamo rispetto ai concetti di rette, piani, angoli e segmenti, è qualcosa che può costituire un supporto prezioso alla nostra comprensione di tanti fenomeni.

Una mostra non è una lezione e l'obiettivo che essa si propone non è tanto quello di "spiegare", quanto piuttosto quello di suggerire, di far intuire, di far immaginare, di suscitare delle risonanze: in tal senso, fare ricorso all'analogia con situazioni ben note è una strategia che può essere molto utile. L'analogia può sicuramente diventare rischiosa se viene usata acriticamente anche in stadi successivi, ma spesso per il primo approccio a un concetto nuovo è uno strumento prezioso. Nella mostra *MaTeinItaly* quasi tutto ciò che si può vedere e provare nel percorso sulla quarta dimensione è giocato proprio sull'analogia; l'elemento significativo non è tanto il richiamare ciò che succede nella situazione 3D per estrapolarne un concetto nell'ambito 4D, ma, piuttosto, il porre l'attenzione sul PASSAGGIO dal piano (2D) allo spazio (3D) per poi far immaginare un analogo passaggio dal 3D al 4D.

Proprio in questo senso si racconta ai visitatori (un po' allibiti...) che visualizzare la quarta dimensione è facilissimo: basta convincere il nostro cervello a fare ciò che già fa benissimo, a nostra insaputa e a volte anche contro la nostra volontà (si pensi ai *trompe-l'oeil* o alle illusioni ottiche), quando interpreta un disegno piatto, bidimensionale, non per quello che è, ma come proiezione di qualcosa di tridimensionale. Un'animazione (**1**) mostra come si passa da un punto a un segmento, a un quadrato, a un cubo... e fin qui tutto bene: oppure no? Ecco che le persone si rendono conto del fatto che non hanno esitazioni a pensare che un certo disegno (**2**) rappresenti un cubo, e che sarebbero pronte a dire che certi due segmenti sono uguali e che sono perpendicolari, quando devono ammettere che, sul disegno, non lo sono affatto.

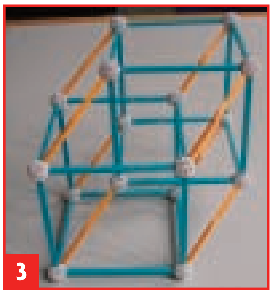


1



2

Ma allora, esattamente allo stesso modo, si può fare un altro passo: per "visualizzare" un ipercubo basta interpretare un modello 3D (**3**) non per quello che si vede, ma come se fosse la proiezione di un "og-

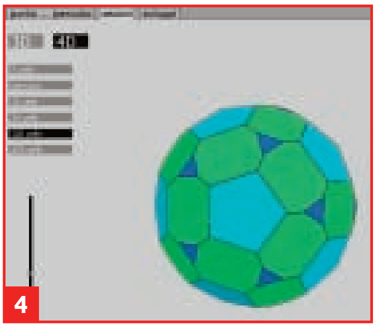


3

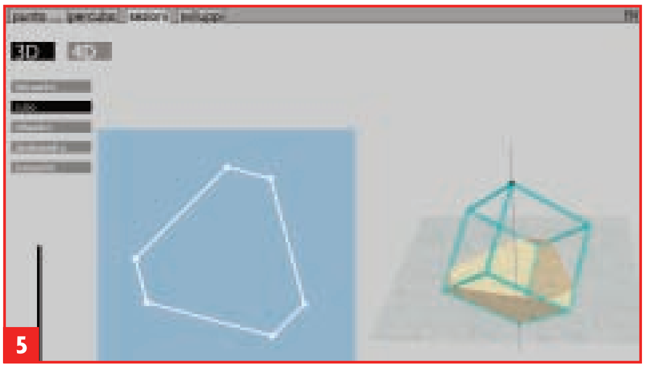
Immagini di Gian Marco Todesco

getto" 4D; si possono allora "vedere" dei cubi dove ci sono dei parallelepipedi (esattamente come, nel disegno di un cubo, si "vedono" dei quadrati là dove ci sono dei parallelogrammi), ovvero pensare che questi parallelepipedi sono in realtà la proiezione di cubi (e quindi si "vedono" otto "cubi" in tutto nel modello).

È sempre l'analogia che suggerisce come interpretare un'animazione che mostra la sezione (**4**) di un oggetto quadridimensionale con uno spazio tridimensionale che si può spostare con un cursore. Un'altra animazione in parallelo mostra infatti che cosa succede se si taglia un poliedro con un piano; in

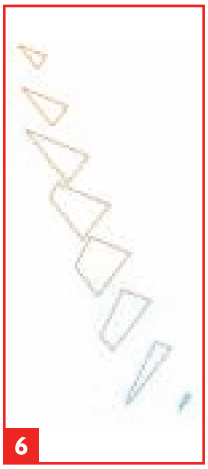


4



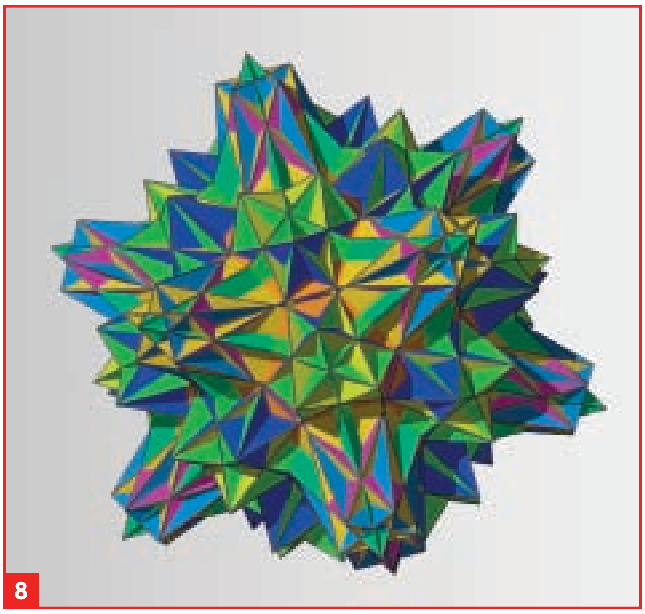
5

questo caso, oltre a vedere in centro il poligono-sezione (**5**), è possibile anche vedere il poliedro in questione e il piano che lo taglia. Non è affatto semplice ricostruire la forma di un oggetto tridimensionale – anche un oggetto molto semplice e ben conosciuto, come un cubo o un tetraedro (**7**) – a partire solo dai poligoni (**6**) che ne rappresentano la sezione con il piano che lo "affetta": è un po' lo stesso tipo di difficoltà che si verifica con la TAC, quando si cercano di capire forma e volume di una massa tridimensionale a partire da alcune sue sezioni.


6

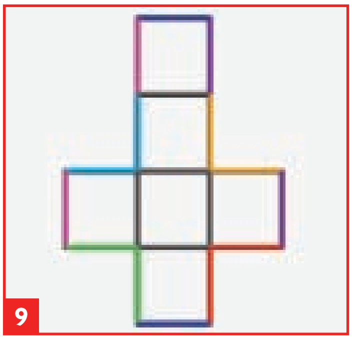
Nella ricerca delle risonanze di cui si diceva all'inizio, è prezioso anche richiamare a chi già la conosce (ma anche raccontare a chi non la conosce) la favola di *Flatlandia*: dopo aver cercato di immaginare un oggetto 4D, risulta naturale immedesimarsi nello sconcerto del povero quadrato di fronte alla sfera che gli dichiara di provenire da un mondo tridimensionale. Si può anche provare a immedesimarsi nei panni della sfera, per immaginare quali strumenti, quali analogie, quali argomentazioni si potrebbero mettere in campo per aiutare il quadrato nella sua scoperta della terza dimensione; e chissà che gli stessi strumenti, le stesse analogie, le stesse argomentazioni non possano servire a noi per immaginarne una quarta...


7

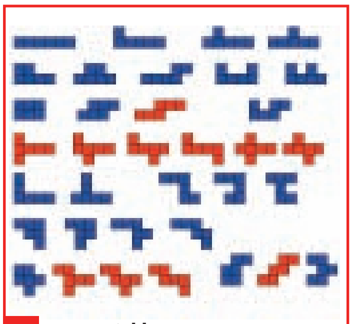

8

In mostra, in effetti, il video con 15 politopi che attraversano il mondo 3D di cui qui si vedono dei fermi-immagine (**8**) richiama fortemente *Flatlandia*, là dove la sfera, attraversando il piano in cui vive il quadrato, appare prima come un punto, poi come una piccola circonferenza che diventa sempre più grande, finché arriva all'equatore, e poi torna a essere sempre più piccola e infine scompare. Si sarebbe potuto mostrare allora una ipersfera quadridimensionale che attraversando il nostro spazio 3D apparirebbe prima come un punto, poi come una piccola sfera che diventa sempre più grande, fino a una dimensione massima, dalla quale ritorna a essere sempre più piccola e infine scompare. Nel video utilizzato in mostra non si parte però dall'ipersfera (che darebbe un effetto molto monotono), ma da oggetti più variegati come politopi regolari, o stellati o uniformi: l'effetto è pirotecnico.

C'è un'altra maniera in cui si può giocare con l'analogia per immaginare un oggetto 4D, per esempio un ipercubo. Per rappresentare un cubo sul piano possiamo farne un disegno in prospettiva oppure possiamo farne uno sviluppo, immaginando di tagliarlo lungo alcuni spigoli e "schiacciarlo" sul piano; si otterrà una forma (**9**) di sei quadrati (non una forma qualsiasi: occorrerà rispettare certe condizioni **10**) e occorre poi immaginare di richiudere questa forma nella terza dimensione attaccando fra loro alcuni spigoli (quelli dello stesso colore in fi-


9

gura **9**). Analogamente si può rappresentare lo sviluppo di un ipercubo nello spazio 3D con una forma costituita da otto cubi (**11**); non una forma qualsiasi, però: di nuovo occorre rispettare certe condizioni e i cubetti magnetici in mostra garantiscono che tali condizioni sono rispettate, a patto di seguire le indicazioni date dai colori, dal numero di punti sulle facce e da ultimo dai magneti. Si può quindi con l'aiuto di questi cubetti esplorare tutta la varietà dei 261 possibili sviluppi di un ipercubo.

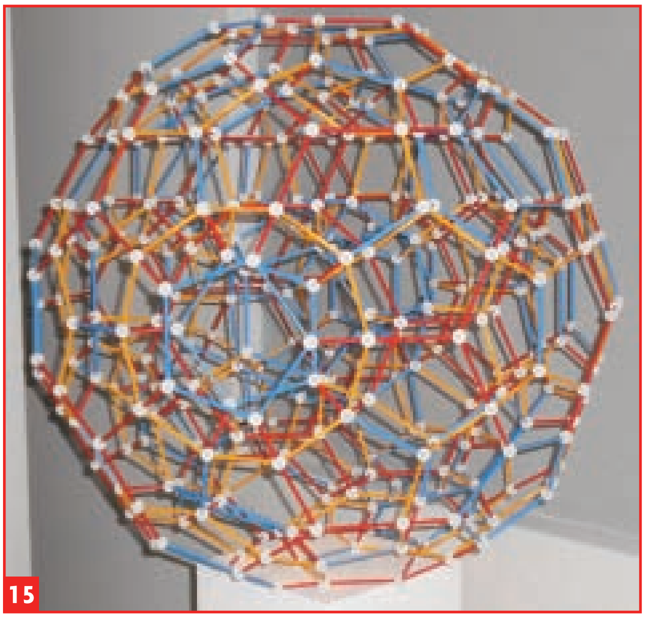


10 Rosso sì, blu no

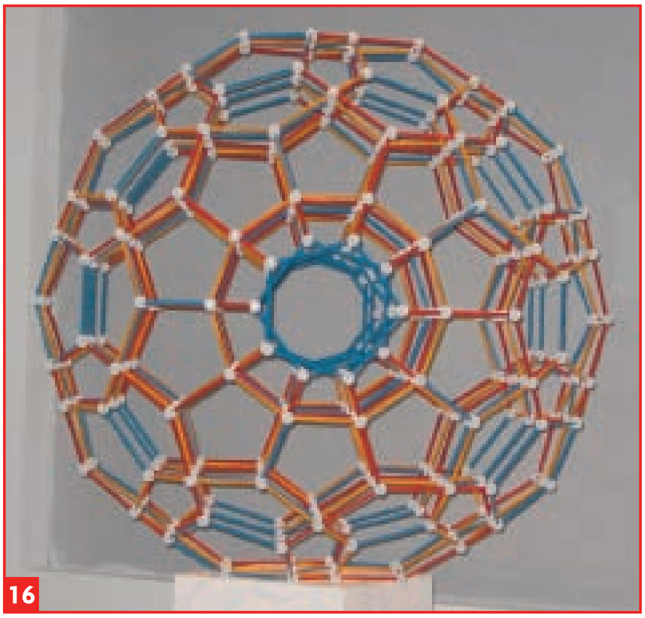
11

La simmetria è un altro filo conduttore di questo angolo della mostra, e non si tratta di un caso: la simmetria infatti ben si presta a valorizzare uno sforzo di visualizzazione, perché mette in evidenza l'idea di uno SPAZIO 4D. Per immaginare un ipercubo, in cui da ogni vertice escono quattro spigoli di uguale lunghezza e tutti a due a due ortogonali fra loro, occorre immaginare un ambiente in cui tutte le direzioni siano intercambiabili: non avrebbe molto senso parlare di spigoli di uguale lunghezza se una coordinata fosse spaziale e un'altra temporale. E non avrebbe neanche senso parlare di simmetria, dato che simmetria equivale proprio a indistinguibilità: i 5 poliedri (**12**) regolari dello spazio 3D sono quelli in cui vertici, spigoli e facce sono fra loro indistinguibili, e così pure i sei politopi (**13**) regolari dello spazio 4D, anche se nei modelli di una loro proiezione tridimensionale questa indistinguibilità va in parte perduta.

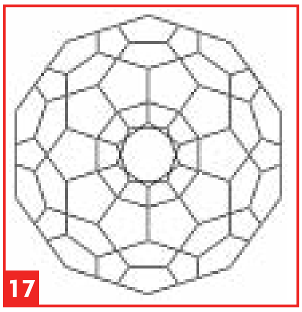
Fra i politopi regolari, la mostra assegna un posto di rilievo al 120-celle (**14**), composto da 120 dodecaedri. Si può vedere e toccare anche un modello di grandi dimensioni (**15**), si può osservarlo da lontano e scoprire che, da un'opportuna direzione (**16**), appare molto più "ordinato", e molto simile a un disegno regolare (**17**), con una simmetria decagonale; si vedrebbe esattamente questo disegno se, in quella stessa direzione, si andasse... all'infinito (e quindi non è un caso che lo si ritrovi come un'ombra **18**).



15

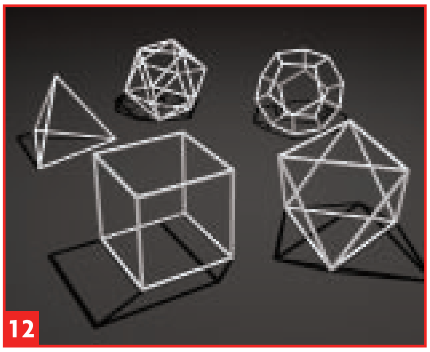


16

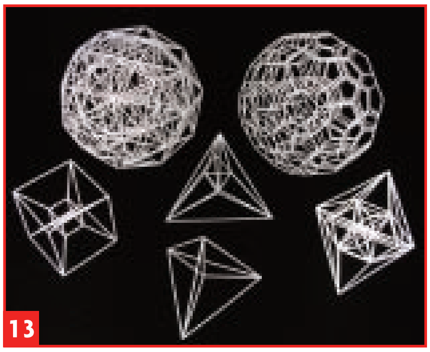


17

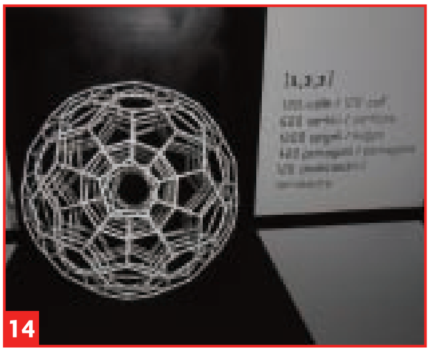
18



12



13

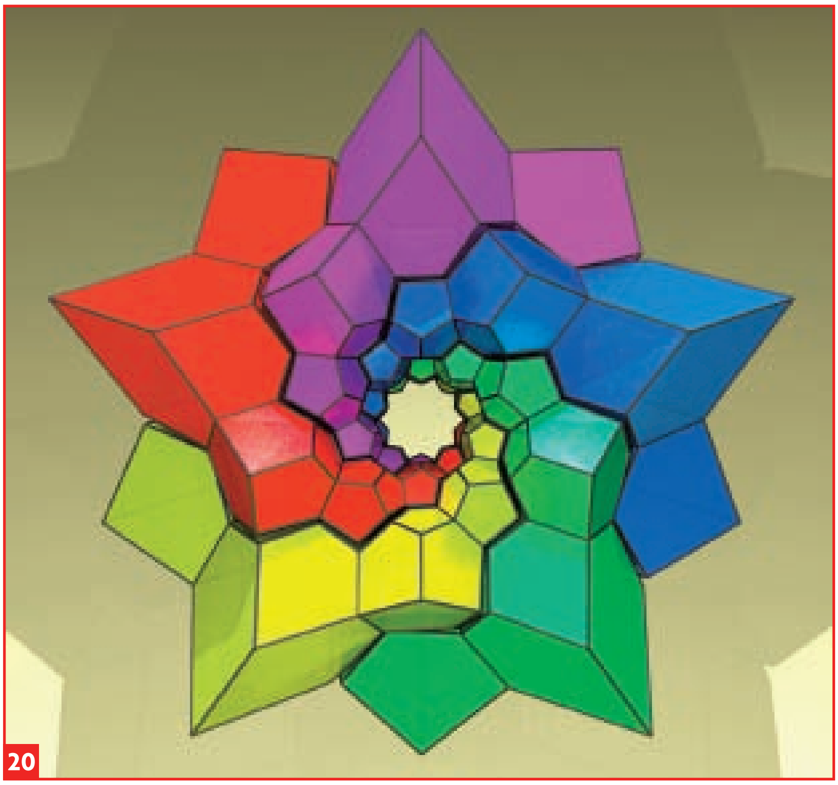


14

Immagini di Gian Marco Todesco

Immagine di Roberta Granà

19



20

Immagini di Gian Marco Todesco

Si può osservare lo stesso modello da vicino; si possono contare i dodecaedri e scoprire che se ne vedono solo 75 (cosa del tutto normale se si pensa alle facce nascoste nel disegno di un poliedro: un dodecaedro (**19**) ha 12 facce ma in un disegno se ne possono vedere anche soltanto 6); e ci si può anche accorgere che la simmetria aiuta a contare: sembra un'impresa impossibile contare i dodecaedri di questo modello e invece, se ci si basa sulla simmetria del dodecaedro regolare centrale, si procede in modo molto naturale e se ne contano 1 (quello al centro) + 12 (uno in corrispondenza di ogni faccia del dodecaedro centrale) + 12 (di nuovo, uno per ogni faccia) + 20 (uno per ogni vertice) + 30 (uno per ogni spigolo): ecco i 75.

Sempre in mostra, si può anche vedere un filmato, proiettato su due pareti ad angolo, in cui lo stesso 120-celle si disfa in tanti segmenti (1200, per l'esattezza) e poi si ricompone: prima 5 segmenti formano un pentagono, poi 12 pentagoni formano un dodecaedro, poi 10 dodecaedri formano una pila, poi la pila si ingrossa con altri 50 dodecaedri disposti su altre 5 pile che si avvolgono intorno alla prima (e ciascuna di queste si chiuderà poi in un anello); le sei pile insieme formano una pila più grossa di 60 dodecaedri, due di questi oggetti identici si incontrano, si abbracciano e si chiudono nella quarta dimensione, avviando poi un balletto (e qui siamo solo all'inizio...!) in cui si ha l'impressione di entrare in un viaggio all'interno del 120-celle (**20**).

Ma quali sono state le reazioni del pubblico di fronte a questa provocazione? Le più diverse, naturalmente. In linea di massima è stato un settore che il pubblico ha trovato difficile (e, come si diceva all'inizio, spesso in maniera quasi paradossale era proprio il pubblico più dotato di strumenti che ha trovato particolarmente difficile questo segmento della mostra). Sicuramente si tratta di una parte che necessita, più di altre, del dialogo con un animatore.
Non sono mancate le reazioni positive o addirittura entusiaste, dal ragazzo dodicenne che nel giorno dell'inaugurazione mi chiama nei pressi del modello del 120-celle per dirmi che "*è proprio una gran figata*" (e gli ho risposto che ero assolutamente d'accordo, anche se non mi sarei espressa esattamente negli stessi termini...) all'inserviente della Triennale affascinata dalle spiegazioni relative ai cubetti magnetici e ai 261 sviluppi dell'ipercubo, al punto da reagire bruscamente al richiamo di un collega: "*lasciami finire di sentire qua, che è interessante...*".

Ci sono due episodi in particolare che mi piace raccontare qua. Il protagonista del primo episodio è un ragazzo dell'ultimo o penultimo anno di scuola secondaria che, costruendo con i cubetti magnetici lo sviluppo dell'ipercubo che si vede nella foto (**21**), una volta realizzato che quelle due pile di quattro cubi sono in realtà degli anelli perché le facce estreme della stessa pila si vanno a identificare... è sbottato: "*ma allora è la stessa cosa di quello*". "Quello" è il passaggio del video sul 120-celle in cui le due pile di 60 dodecaedri diventano due anelli allacciati e si richiudono nella quarta dimensione: il ragazzo ha perfettamente ragione, evidentemente gli è scattata un'illuminazione e sappiamo che "ha visto" qualcosa dello spazio 4D.
Il secondo episodio riguarda invece un bambino, di 7-8 anni, che ho visto per caso nell'angolo fra le due pareti dove girava il video sul 120-celle mentre faceva... il direttore d'orchestra. Mi sono fermata a osservarlo e sono arrivata alla conclusione che il bimbo aveva probabilmente visto l'intero video per parecchie volte perché lo conosceva perfettamente: i suoi movimenti "da direttore d'orchestra" non solo non erano casuali, ma erano proprio perfettamente intonati a ciò che nel filmato succedeva o addirittura stava per succedere. È difficile immaginare che cosa possa aver "visto" questo bambino, ma è facile ipotizzare che questa rimarrà per lui un'esperienza significativa.

21

Da Flatlandia ai giochi in quattro dimensioni

di Riccardo Moschetti e Cesco Reale

4D – IMMAGINARE LA QUARTA DIMENSIONE SPAZIALE
LABORATORIO PRESENTATO AL FESTIVAL DELLA SCIENZA 2012
IDEAZIONE: CESCO REALE (FESTIVAL DI GIOCHI MATEMATICI, WWW.TUTTOENUMERO.IT), ROBERTO GIUNTI (LICEO LEONARDO DI BRESCIA)
REALIZZAZIONE: LUCIANO FRANCESCHI (CEMEA VENETO)
REVISIONE SCIENTIFICA: ETIENNE GHYS (ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE LYON)
CON IL SUPPORTO DEL FESTIVAL DELLA SCIENZA

Nel 2012, al *Festival della Scienza* di Genova, ho visitato un laboratorio sulla quarta dimensione argomento che i lettori di *XlaTangente* conoscono bene. Ho trovato vari spunti interessanti e così ho pensato di proporre all'autore Cesco Reale di parlarne proprio qui, insieme a me.

La visita propone inizialmente la visione di un breve video tratto dal film *Flatland the movie*, ispirato al romanzo di E. Abbott, in cui un quadrato scopre la terza dimensione. In questa parte della mostra si spiega a un'entità bidimensionale il concetto di terza dimensione, per arrivare con l'analogia a far vedere come noi esseri 3D possiamo immaginare la quarta. Con questa filosofia la mostra propone due diversi percorsi: sezioni e proiezioni.

Il percorso delle sezioni

Nel caso delle sezioni si "affetta" l'oggetto con spazi di dimensione più piccola (Fig. 1). Questo viene proposto nel caso del passaggio dal 2D al 3D con il metodo di un solido riempito di fumo che può essere illuminato da una livella laser. La luce laser evidenzia una sezione del solido. Variando la posizione del laser si possono così osservare diverse sezioni. Nel caso del passaggio dal 3D al 4D, un'attività si ispira al racconto di Abbott: come la sfera 3D di Flatlandia si mostra al quadrato attraverso le sue sezioni 2D, (un cerchio che si ingrandisce e poi si rimpicciolisce) così gonfiando e sgonfiando un palloncino si osservano le sezioni 3D di una sfera 4D. Una seconda attività invece consiste nell'ordinare "temporalmente" le sezioni tridimensionali di un polícoro (figura 4 analoga ai poligoni in 2D e ai poliedri in 3D). Tali sezioni sono state realizzate per mezzo di una stampante 3D immaginando il polícoro che passa attraverso lo spazio 3D (Fig. 2). L'avverbio "temporalmente" è particolarmente importante, perché proprio in questa parte della mostra si analizza il rapporto tra quarta dimensione "spaziale" e quarta dimensione "temporale".


Figura 1. Sezione di cubo visualizzata con una livella laser


Figura 2. Alcune sezioni 3D di una figura 4D

Il percorso delle proiezioni

Nel caso delle proiezioni si comincia con l'efficace siparietto di ombre cinesi, in cui si propone ai visitatori di indovinare le forme 3D partendo dalle loro ombre (Figura 3). Si fanno notare oggetti diversi che, messi in posizioni particolari, producono ombre quasi identiche. Nel caso del passaggio dalla terza dimensione alla quarta si sfruttano aste e palline per costruire delle proiezioni 3D di figure 4D. Ad esempio, due cubi uno dentro l'altro con i vertici corrispondenti uniti è una proiezione 3D dell'ipercubo 4D (Fig. 4).

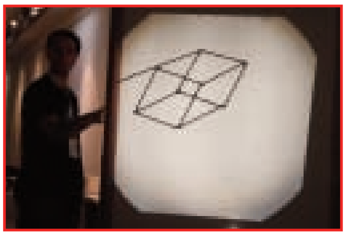


Figura 3. Ombra di un parallelepipedo

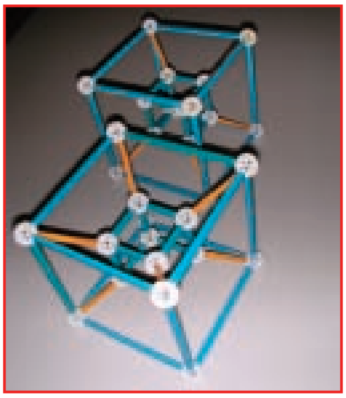


Figura 4. Proiezioni 3D di un ipercubo 4D

Polícori regolari

Un'attività aggiuntiva che è piaciuta molto ai visitatori è il calcolo del numero di polícori regolari. Anche in questo caso si procede per analogia: prima maneggiando poligoni (quindi in 2D) si mostra come contare i cinque poliedri regolari che esistono in 3D, poi maneggiando i poliedri appena scoperti si arriva a vedere che in quattro dimensioni i polícori regolari sono sei.

Giocare in quattro dimensioni

Dopo una sezione di pannelli sulla quarta dimensione nell'arte (Picasso, Duchamp, Dalì), l'ultima parte della mostra riguarda i giochi: sono presentati ben tre giochi che hanno a che fare con la quarta dimensione: "Set", "Tris 4D" e "Forza 4D" (Fig. 5). È molto interessante l'utilizzo dei giochi per spiegare un argomento dal sapore astratto come la quarta dimensione. Di fatto molte teorie matematiche hanno alla base delle regole: un sistema formale, ad esempio, si fonda su alcuni assiomi, che sono appunto le regole del gioco. Il concetto di gioco ci abitua fin da piccoli a scegliere delle regole e poi a cercare di rispettarle (senza barare!) per arrivare a un obiettivo. Per ottenere come risultato l'apprendimento di qualche concetto in un modo diverso dal solito è importante proporre giochi ben strutturati che catturino realmente l'interesse dei partecipanti, e i giochi qui proposti centrano in pieno l'obiettivo.

Figura 5. I giochi "Set" e "Tris 4D"

Ecco la descrizione di due fra i giochi in mostra.
Il primo, messo a punto per questo evento, è Tris 4D (Fig. 6).
Sovrapponendo 3 tris bidimensionali si puó giocare al Tris 3D con un cubo 3x3x3.
Analogamente, accostando 3 di questi cubi si può giocare a Tris 4D. Come sono fatti i *tris*, cioè le configurazioni vincenti? Ci sono configurazioni che stanno tutte all'interno di uno dei tre cubi, e altre che invece si sviluppano nella quarta dimensione: ad esempio, 3 palline rosse al centro dei 3 cubi.

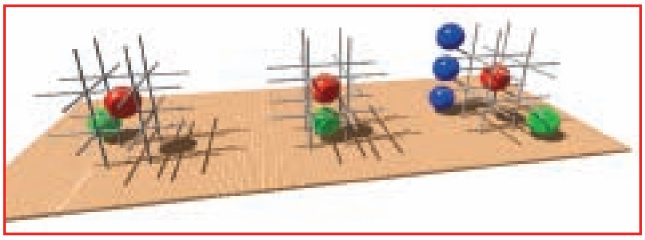
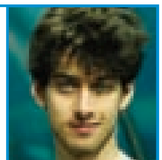


Figura 6.

Riflettiamo velocemente su quale dovrebbe essere lo scopo del gioco. Se vincesse il primo che fa un tris, come nell'usuale gioco 2D, chi comincia vincerebbe facilmente: ci si può accorgere rapidamente che alla terza mossa il primo giocatore può creare una doppia minaccia di tris, e quindi vincere alla quarta mossa.
Allora la regola è un'altra: si hanno 15 palline a testa, ogni giocatore prende un punto per ogni tris effettuato, quando sono state giocate tutte le palline chi ha più punti ha vinto. Attenzione: con una pallina si possono realizzare anche piú tris contemporaneamente. Ne risulta un gioco semplice e veloce, con una parte strategica interessante.
Per indicare la posizione di una pallina nel Tris 4D possiamo usare un sistema di coordinate a 4 dimensioni, per cui ad esempio (2,3,1,3) indica una pallina nel secondo cubo, al terzo piano, prima riga e terza colonna.

Un altro gioco legato alla quarta dimensione, seppur in modo meno evidente, è Set.
Set è un gioco di carte in cui ogni carta ha 4 caratteristiche (che, per collegarci al discorso, chiameremo "dimensioni"): forma, colore, numero e riempimento. Ogni dimensione ha 3 stati possibili, ad esempio il colore puó essere rosso, verde o viola. Quindi in totale ci sono $3^4 = 81$ carte (il numero di stati elevato al numero di dimensioni). Il gioco consiste nell'individuare prima degli altri, tra le 12 carte messe in tavola, un *set*, cioè un insieme di 3 carte tale che in ogni dimensione i 3 stati siano o tutti uguali o tutti diversi.
Qual è il rapporto tra i set e i tris 4D? Provate a pensarci, prima di continuare a leggere.
La risposta è questa: tutti i tris sono set, ma non viceversa. Proviamo a capire.
Creiamo una corrispondenza tra set e tris. A ogni dimensione di set associamo una coordinata nel tris. Ad esempio, alla forma associamo la prima coordinata, al colore la seconda, al numero la terza e al riempimento la quarta. Poi per ogni dimensione associamo a ogni stato un valore, ad esempio al colore rosso associamo il valore 1, al verde il 2 e al viola il 3.
A questo punto possiamo constatare che un tris deve rispettare necessariamente le condizioni di un set. Ad esempio, un tris 4D con pedine in (1,1,1,1), (1,1,1,2), (1,1,1,3) ha i valori tutti uguali nelle prime tre dimensioni e tutti diversi nella quarta dimensione.
Invece non tutti i set sono tris, ad esempio un set (1,1,1,2), (1,1,2,3), (1,1,3,1) non è un tris.
Come mai c'è questa differenza tra set e tris?
Perché la loro definizione è diversa. La definizione di tris (o allineamento) non l'abbiamo ancora data, lasciandola all'intuizione. Volendo darne una definizione, possiamo dire che per la validità di un tris occorre che il vettore differenza tra ogni pedina e la successiva sia costante. Così, il vettore differenza (1,1,1,3) – (1,1,1,2) coincide con (1,1,1,2) – (1,1,1,1) = (0,0,0,1), mentre (1,1,3,1) – (1,1,2,3) = (0,0,1,–2) è diverso da (1,1,2,3) – (1,1,1,2) = (0,0,1,1).

Riccardo Moschetti
Ha concluso il dottorato in Matematica e Statistica presso l'Università degli Studi di Pavia dopo essersi laureato presso l'Università degli Studi di Milano, dove ha conosciuto il Centro *matematita* con il quale tuttora collabora.
rmoschetti@gmail.com



Cesco Reale
Ingegnere della voce, si occupa da anni di divulgazione scientifica. Coordina il programma di *Tutto è Numero* (Festival di Giochi Matematici) e del *Castello dei Giochi* (al Museo Svizzero del Gioco), e ha creato varie mostre e laboratori, come *La Bellezza dei Frattali*, *4D*, *Paradoxa*, *Ludyssea* e altre. È uno dei maggiori poliglotti italiani ed è rappresentante all'Onu dell'Associazione Mondiale di Esperanto.
www.cescoreale.com/matematica

Geometrie e illusioni a ritmo di rock

di Antonella Testa

Il 17 giugno è uscito il *videoclip* della loro nuova canzone *The Writing's on the Wall*, uno dei brani dell'album *Hungry Ghosts*, in uscita a ottobre 2014. Loro sono gli *OK Go*, una *band* americana che negli ultimi anni ha fatto parlare di sé per l'originalità e la cura dei *videoclip* delle sue canzoni, che ha ottenuto visualizzazioni da record sul *web* e che ha ricevuto una grande quantità di premi e riconoscimenti, tra cui il *Grammy* del 2007.

Anche questa volta le aspettative non sono state tradite: il canale *YouTube* su cui il video è disponibile ha registrato un numero di accessi sin da subito in rapida ascesa e arrivato a 8 milioni nei primi 10 giorni!

Ma quali sono le ragioni di un tale successo? Innanzitutto la musica degli *OK Go* è gradevole e orecchiabile, anche se non eccezionale. Il fattore vincente sta nei *videoclip* che catalizzano l'attenzione e scatenano quel passaparola che è alla base del fenomeno dei "video virali".

Ne parliamo qui perché il videoclip di *The Writing's on the Wall* è una vera pletora di illusioni ottiche e giochi geometrici che conquistano lo spettatore!

Il filo conduttore del video è una metafora del tema centrale del brano musicale, la crisi in una relazione di coppia dovuta a differenti punti di vista. E, nel video, differenti punti di vista animano giochi, scenari, scritte e molto altro ancora.

Un improbabile arzigogolo metallico montato su un'asta, che all'apparenza non ha alcun particolare significato, rivela la scritta "OK" se osservato da un particolare punto di vista e la scritta "Go" se ruotato (e dunque osservato da un altro): questo è solo l'attacco, ma per 4 minuti non si contano i "quadri" visivi frutto di combinazioni di superfici, oggetti della vita quotidiana, specchi, ribaltamenti, costumi, pennellate di colore e la presenza scenica, oltre che canora, dei componenti della *band*.

Sulla scena si può curiosamente saltare dentro una serie di sgabelli che sembrano reali perché prospetticamente dipinti sul pavimento. Si può "tradire" la gravità facendo cadere perfettamente in orizzontale della vernice, in una sequenza che lo spettatore di primo acchito non capisce essere semplicemente ruotata di 90°. Si può giocare con gli specchi per vedere un personaggio vestito ora di rosso ora di bianco e nero, ora con una folta barba, ora senza.

La sapiente pittura di porzioni di pavimenti, colonne e pareti fa apparire una tridimensionalità che non c'è, o un piano al posto di una superficie curva, così da ottenere una percezione di profondità inesistente oppure perdere o alterare quella che c'è; quadri, bolli, righe e colori forti e definiti completano l'insieme di soluzioni e stratagemmi efficaci che ricordano i lavori dell'artista svizzero Felice Varini e del fotografo francese Georges Rousse.

Gli *OK Go* nel 2006 (da sinistra Tim, Dan, Andy e Damian)

Il video si chiude con una grande scritta del titolo del brano che appare leggibile solo da un preciso punto di vista, in cui sembrano fondersi tutti i piani su cui è scomposta perché è parzialmente dipinta sulle pareti, sul pavimento, sugli elementi e sugli oggetti che attrezzano la profondità del capannone che fa da scenario al video. Nel cambiare punto di vista, scomponendo così la scritta, appaiono in scena i collaboratori della *band*, una cinquantina di persone.

Il video è girato senza soluzione di continuità – *one-shot* come si dice tecnicamente – con una speciale videocamera manovrata più volte dagli stessi cantanti nel video, per spostare l'inquadratura da uno scenario all'altro. Se da una parte ciò significa aumentare drasticamente la difficoltà di realizzazione (la *band* ha fatto ben 60 tentativi prima di ottenere il risultato considerato più soddisfacente!), dall'altra è la chiave del successo del video, che coinvolge lo spettatore nell'illusione e gli svela i "trucchi" per ottenerla. Un video girato tutto d'un fiato, senza montaggio in post-produzione, senza effetti speciali o ricostruzioni al computer: un video "intelligente", costato solo 2 mesi di progettazione, in grado di competere e vincere di gran lunga sulle artificiose e costose soluzioni che le tecnologie dell'informazione ora consentono.

Immagine tratta da http://okgo.net

Backstage

Antonella Testa
Ha conseguito la laurea in Fisica e il dottorato in Storia della Fisica; si occupa di Storia della scienza, Storia della strumentazione fisico-astronomica e di Comunicazione scientifica presso l'Università degli Studi di Milano. Cura e collabora a iniziative di diffusione di cultura scientifica tra cui, dal 1997, il festival del film e del documentario scientifico *Vedere la Scienza Festival*, di cui dirige il programma.
antonella.testa@unimi.it

La Via delle Immagini

Fili in mostra

Foto di Aurelio Barbareschi, courtesy Fondazione Arnaldo Pomodoro