online
percorsi nella matematica
laTangente
n. 3
maggio 2015

# E luce fu

Il dilemma del prigioniero

Tante onde, un segnale

**Direzione**

**Gilberto Bini** *direttore responsabile*

*Comitato scientifico*

**Anna Asti**
**Paolo Bellingeri**
**Silvia Benvenuti**
**Giorgio Bolondi**
**Enea Bongiorno**
**Marina Cazzola**
**Maria Dedò**
**Simonetta Di Sieno**
**Giovanni Naldi**
**Giusy Sessa**
**Carlo Toffalori**

**Redazione**

**Anna Betti**
**Giovanna Dimitolo**
**Paola Testi Saltini**

**Editore**

**© Università degli Studi di Milano - Centro "matematita"**

**Grafica e impaginazione**

**Giovanni Querques**
info@querques.it

**Segreteria di redazione**

Dipartimento di Matematica "F. Enriques"
Università degli Studi di Milano
Via Saldini 50, Milano
E-mail: redazione@perlatangente.it
Fax: 02 50316090
**www.xlatangente.it**

Autorizzazione del Tribunale di Milano del 14 maggio 2014
Registro n. 166

**Hanno collaborato a questo numero**

Anna Asti
Giulia Bernardi
Enea Bongiorno
Giovanni A. Cignoni
Ester Dalvit
Maurizio Giaffredo
Eugenio Montefusco
Francesca Salogni
Marco Saltini
Antonella Testa

*Traduzioni a cura della Redazione*
*Illustrazione della rubrica* punto fisso *di* Luca Usai
*La rubrica* La via delle immagini *è a cura di* Paola Gallo *e* Giovanni Querques

*XlaTangente* pubblica sia lavori su invito dei redattori sia materiale inviato alla redazione – che si riserva la decisione di pubblicarlo. La pubblicazione è subordinata a una revisione redazionale. La responsabilità del contenuto scientifico di ogni lavoro è esclusivamente degli autori. I lavori vanno inviati su cd-Rom alla segreteria di redazione, accompagnati da una versione cartacea e indicando nella prima pagina titolo, nome e cognome del/degli autore/i (per esteso), eventuale Istituto di appartenenza, indirizzo, numero di telefono, numero di fax e indirizzo e-mail a cui spedire le bozze ed eventuali comunicazioni.

La rivista può essere *scaricata* e *stampata* gratuitamente dal sito www.xlatangente.it.
Copie cartacee possono essere realizzate a richiesta. Per ulteriori informazioni scrivere all'indirizzo abbonamenti@perlatangente.it.



*Questo numero è stato chiuso in redazione il 20 maggio.*

# 3

maggio
2015


Immagine di copertina
di Giovanni Querques

## sommario

# Punto fisso

a cura di Luca Usai


Luca Usai è illustratore e vignettista.
Collabora con le case editrici Disney Italia e Piemme

# editoriale

Passato più di un mese dall'equinozio, ecco che siamo ormai immersi nell'aria primaverile, con i suoi pollini (ahimè per gli allergici!), i suoi colori e soprattutto la sua luce. Non potevamo allora non cogliere la palla al balzo e combinare la rinascita della natura con una ricorrenza particolare: il 2015 è l'anno internazionale della luce!

Iniziamo con una panoramica (scritta da Maurizio Giaffredo) su alcuni appuntamenti dedicati alla luce che si possono trovare in rete: magari qualcuno dei lettori ne verrà... illuminato e vi prenderà parte. Certo non è necessario imbarcarsi in un viaggio (reale o virtuale) per farlo. A volte, bastano qualche strumento non troppo difficile e qualche suggerimento per avvicinarsi alle proprietà della luce. Ce lo racconta Francesca Salogni, che ha intervistato per noi Alessandro Monguzzi, ricercatore presso l'Università degli Studi di Milano-Bicocca. Sulla base delle sue risposte, Francesca ha preso lo spunto per descrivere alcune esperienze, semplici ma significative per i risultati, che si possono realizzare a scuola. Non perdetele nella rubrica MateScuola. Per chi volesse invece fare un viaggio nel passato, Antonella Testa ci propone la storia e la descrizione di alcuni strumenti, conservati presso il Museo Astronomico di Brera, che venivano usati per misure spettroscopiche.

Parlando di luce, ci sembra doveroso fare un omaggio a un grande matematico e fisico, Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), che ha contribuito a spiegare la diffusione dei fenomeni ondulatori. Ce ne parla Eugenio Montefusco, il quale ricorda come i segnali luminosi si propagano in seguito alla sovrapposizione di onde elementari a forma sinusoidale.
Qualche lettore si sarà già domandato se la luce abbia di fatto una natura ondulatoria. Ci aiuta a districarci in questo groviglio un giovanissimo fisico, Marco Saltini, con il suo articolo sul dualismo onda-particella. E non finisce qui: altri articoli affrontano nuovi temi a completare il quadro.

Per chi fosse già... illuminato e non volesse soffermarsi troppo sulla luce, questo numero offre molti spunti diversi. Anna Asti, per esempio, ha intervistato James Tanton e ha recensito il suo sito. James è un matematico australiano che collabora con la MAA (Mathematical Association of America). Fra le altre cose, si occupa di reinterpretare e valorizzare il curriculum scolastico standard per migliorare l'insegnamento e l'apprendimento. Giovanni Cignoni, invece, presenta il museo del calcolo di Pisa, mentre Giulia Bernardi racconta quel dilemma del prigioniero che, citato dal ministro dell'economia greco Varoufakis, è diventato ancora più famoso, Anna Betti intervista Paolo Alessandrini, autore di *La matematica dei Pink Floyd*, e Giovanni Naldi, nella seconda puntata del viaggio nel mondo dei modelli, ci spiega come funziona il motore di ricerca *Google*.

Buona lettura
Gilberto Bini





# Anelli volanti, lombrichi e cristalli

## Intervista a Dror Bar-Natan

di Ester Dalvit

Da qualche mese mi sono trasferita da Trento a Toronto per lavorare su un progetto che interseca la topologia, la comunicazione della matematica e la computer grafica. Il mio responsabile è Dror Bar-Natan, professore di matematica alla *University of Toronto*. L'ho intervistato per conto di *XlaTangente*.

**Il tuo ufficio somiglia a quello di tanti matematici: ci sono una lavagna, tanti libri di matematica, qualche locandina di conferenze a cui hai partecipato, appunti con le tue idee sui progetti in corso e anche qualche oggetto un po' inaspettato... Per esempio quei tubi di plastica flessibili e molto colorati, che si possono piegare e chiudere su se stessi. Sono qui perché hanno qualche significato matematico?**

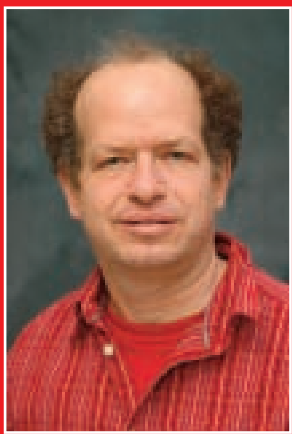
Certo, li uso per raccontare la mia ricerca. Come matematico studio i nodi, sia di dimensione uno che di dimensione due.

I nodi di dimensione uno sono esattamente quello che viene in mente quando si pensa a un nodo: una cordicella, che possiamo immaginare abbia dimensione uno, nello spazio a tre dimensioni. Uso questi tubi al posto della cordicella: li posso annodare per fare degli esempi di nodi.

**Dror Bar-Natan**

Professore ordinario di Matematica alla University of Toronto, Canada, ha studiato nelle Università di Tel Aviv e di Princeton. Ha fatto ricerca in Israele (Hebrew University, Gerusalemme) e negli Stati Uniti (Harvard, University of California a Berkeley e MSRI) e dal 2002 è professore a Toronto. Ha pubblicato 35 articoli di ricerca e ha tenuto seminari in più di 100 università in tutto il mondo.

Mantiene un enorme archivio con tutto quanto riguarda la sua ricerca (e non solo) su http://www.math.toronto.edu/~drorbn



Dror Bar-Natan

I nodi di dimensione due sono più difficili da immaginare. Chi ha avuto un assaggio di teoria della relatività probabilmente ha visto l'interpretazione dello spazio a quattro dimensioni come il nostro spazio tridimensionale a cui aggiungere un parametro temporale. Un modo per visualizzare e studiare oggetti che vivono nello spazio a quattro dimensioni è quindi quello di immaginarli come dei film, cioè sequenze di fotogrammi, di oggetti che vivono nello spazio a tre dimensioni.

**È lo stesso principio della risonanza magnetica? Sul tuo sito ho trovato questo link divertente in cui bisogna indovinare quale frutto dà quelle immagini con la risonanza magnetica: http://offbeat.topix.com/story/11415**

Sì, la risonanza magnetica permette di guardare un oggetto tridimensionale fetta per fetta, dove ogni fetta è bidimensionale. Il filmato consiste nel guardare una fetta dopo l'altra come se ognuna fosse un fotogramma. Nel link i frutti sono descritti proprio in questo modo.

Però si può anche immaginare di guardare oggetti quadridimensionali affettandoli in fette tridimensionali.

Oppure, nel caso dei nodi bidimensionali, si affettano oggetti a due dimensioni (che però vivono nello spazio a quattro dimensioni): ogni fetta è uno spazio a tre dimensioni che contiene un oggetto di dimensione uno.

**Ritornando ai tubi...**

I nodi bidimensionali si possono quindi vedere come filmati di oggetti di dimensione uno che si muovono nello spazio tridimensionale.

O come anelli volanti: i tubi colorati, chiusi ad anello, mi servono per mostrare questi movimenti di oggetti di dimensione uno. Ad esempio, un anello può semplicemente spostarsi nello spazio, ma può anche fare cose più interessanti, come passare attraverso un altro anello... Per averne un'idea si può guardare questo breve filmato: http://vimeo.com/125149799

**Sicuramente non sono del tutto obiettiva se ti dico che questo è affascinante! Infatti sono venuta a Toronto proprio per lavorare sulla visualizzazione di questi oggetti. Chi vuole saperne di più sulle quattro dimensioni e mastica un po' di inglese può guardare la registrazione di una tua lezione per studenti delle superiori: www.math.toronto.edu/~drorbn/Talks/ClassroomAdventures-1401/index.html**

**Ma ora puoi dirci a quali problemi aperti si tenta di dare risposta riguardo ai nodi bidimensionali?**

Beh, potrei mentire e dire che il problema principale in teoria dei nodi è quello di capire se due nodi sono "uguali" o "diversi".

Questo è uno dei problemi classici in topologia. L'esempio più famoso è quello della tazzina di caffè e della ciambella che per un topologo sono la stessa cosa, hanno la stessa forma, perché si può deformare una nell'altra senza mai tagliarla. Online si possono trovare delle animazioni che mostrano questa deformazione, ad esempio http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/26/Mug_and_Torus_morph.gif.

Anche per i nodi bidimensionali si pone lo stesso problema: come si può fare per stabilire se due nodi sono "uguali" o "diversi"? Potrei mentire e dire che è questo ciò che studio...

**Invece, qual è la verità?**

Ti parlerò prima di un'altra bugia. La seconda bugia è che i matematici che studiano teoria dei numeri sono interessati ai numeri. Vai da uno di loro e chiedigli se è interessato al numero 327: si metterà a ridere! Chi fa teoria dei numeri non è veramente interessato ai numeri, a ogni singolo numero. I numeri sono solo una scusa! Quello che succede, ed è forse inaspettato, è che lo studio dei numeri porta a studiare tante teorie matematiche interessanti e interconnesse. Queste teorie sono ciò che viene studiato. I numeri sono la motivazione di sottofondo, non l'oggetto dello studio. Lo stesso vale per me: i nodi sono la motivazione che mi porta a studiare tanti argomenti interessanti nei campi dell'algebra, della teoria quantistica dei campi e in altre parti della matematica.

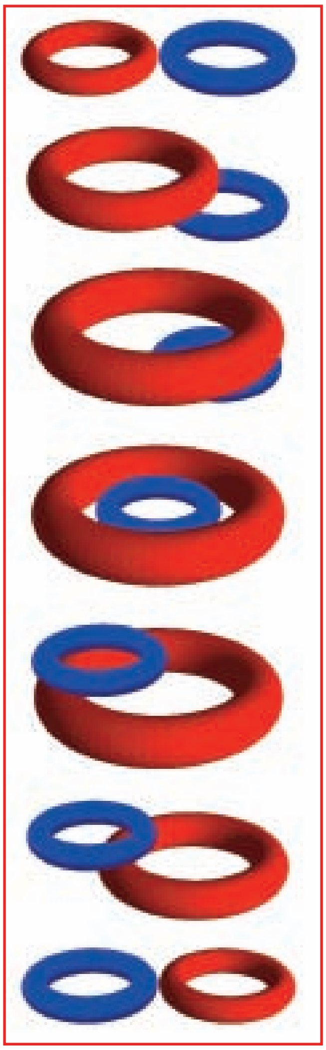
**Questi oggetti che vivono nello spazio quadridimensionale sembrano un po' effimeri e astratti. Ma molti problemi sui nodi unidimensionali sono molto intuitivi e concreti. È questo aspetto che ti ha attirato a studiare la teoria dei nodi?**

No, di solito non si sceglie veramente su cosa lavorare, ci si arriva... Ho iniziato il dottorato studiando teoria quantistica dei campi, un settore della fisica matematica che ha applicazioni alla teoria dei nodi. Alcune domande sui nodi sono sorte in modo naturale nel mio studio. Poi ho trovato delle risposte che non avevano niente a che fare con la fisica matematica. È così che sono arrivato ai nodi. Sono sicuro che molti matematici ti racconterebbero un'esperienza simile: una domanda porta a un'altra domanda che porta a una risposta che porta a un altro problema... non si controlla veramente dove si va.

**Pensi quindi di continuare a studiare i nodi o che la tua ricerca ti porterà in qualche altro campo?**

Al momento ho talmente tante domande in testa riguardo ai nodi da poter lavorare fino alla pensione, e molto oltre. Ho anche investito molto in questo campo, studiando e facendo ricerca. È più facile cambiare settore quando si sa poco di tutto. Io adesso sono un esperto di nodi e cambiare vorrebbe dire ricominciare da zero in un altro campo.

© Dror Bar-Natan



Quindi probabilmente continuerò a studiare i nodi. Ma chissà? Magari non sarà così!

**C'è un tuo risultato di cui sei orgoglioso? Uno che ti piace più degli altri?**

Sarò un po' oscuro: l'aver capito che c'è un collegamento tra invarianti di tipo finito dei nodi e algebre di Lie. Era qualcosa di inaspettato: per quanto ne so, sono stato il primo ad accorgermene. Ma non sono più intelligente di altri, ho solo avuto fortuna!

**Un professore di matematica poco intelligente?!?**

Per avere un risultato importante ci vuole fortuna: bisogna essere nel posto giusto al momento giusto. Bisogna arrivare quando in un settore ci sono ancora problemi aperti ma ci sono le premesse per poterne risolvere qualcuno. E avere la fortuna di lavorare su un problema che ha una soluzione innovativa e di arrivarci prima di altri.

**E perché questo risultato ti piace più di altri?**

In parte perché era inaspettato e in parte perché è semplice. So che non tutti saranno d'accordo, ma per me le cose semplici sono quelle più fondamentali. Le cose semplici e prevedibili sono di solito già note da tempo. Quindi è difficile trovare qualche risultato nuovo e semplice.

**Che cosa significa semplice? Qualcosa che può essere capito da chi?**

Purtroppo per capire quel risultato è necessario aver studiato un bel po' di matematica: diciamo almeno essere laureati in matematica e star studiando per conseguire il dottorato. Perciò non chiedermi di provare a spiegarlo qui.

**Quindi non proprio semplicissimo.**

Però ti posso dire perché è un risultato inaspettato! È una relazione tra parti della matematica che hanno stili diversi: i nodi appartengono alla topologia, mentre le algebre di Lie, come dice il nome, all'algebra.
In topologia gli oggetti sono molto flessibili, malleabili e deformabili. In algebra sono molto rigidi, direi con contorni netti, come se fossero stati tagliati con un coltello affilato. In algebra una cosa è vera oppure è falsa, non si può deformare. Nella recensione di un libro su questi argomenti ho fatto un'analogia di cui sono orgoglioso perché mi sembra molto evocativa: i nodi sono come i lombrichi, flessibili e irregolari, e le algebre sono come i cristalli, rigide e con tante simmetrie. Alcuni scienziati studiano i lombrichi, altri studiano i cristalli, ma è difficile trovarne uno che li studi entrambi. È difficile che lombrichi e minerali siano presenti in una stessa frase con un contenuto scientifico. Trovare questa relazione inaspettata tra mondi così diversi è stata una soddisfazione enorme.

**Per esporre i tuoi risultati e partecipare a conferenze viaggi molto spesso, forse più di tanti tuoi colleghi. Ti piace viaggiare così tanto?**

In parte è divertente, per vedere nuovi posti e rompere la routine. In parte è impegnativo. Non mi piace stare chiuso in un aereo per molte ore o avere il jet-lag, ma passo parecchi giorni ogni anno in queste situazioni. Le sopporto perché mi piace viaggiare.

**E qual è la parte più piacevole del tuo lavoro?**

Credo che sia tenere lezioni e conferenze… quando vanno bene: qualche volta succede un disastro perché non mi preparo bene o perché non capisco le aspettative degli ascoltatori o per altri motivi. Allora perdo il contatto con il pubblico, è chiaro che non mi ascoltano o non mi capiscono.
Qualche volta invece riesco a tenere vivo l'interesse in modo particolarmente efficace: gli ascoltatori seguono il mio discorso e apprezzano quello che ho da dire. Questo mi dà grandi soddisfazioni.

**Per avere buoni risultati investi molto tempo nel preparare i tuoi interventi. Hai uno stile molto personale: molti usano la lavagna o proiettano delle slide. Tu invece distribuisci a tutti gli ascoltatori un foglio stampato a colori e pieno di disegni con la traccia del tuo intervento. È anche quello che proietti, zoomando di volta in volta su quello di cui stai parlando grazie a un codice javascript scritto da te. Perché curi così tanto la preparazione dei tuoi interventi?**

Preparare il foglio che riassume il mio intervento, con disegni, diagrammi e testo è il mio modo di pensare a quello che voglio dire e a come voglio dirlo. È vero che investo molto tempo nella preparazione degli interventi. Mi chiedi perché? Semplicemente perché sono contento quando una conferenza mi riesce bene, riesco a comunicare i miei risultati e il pubblico è interessato. Quindi mi impegno perché succeda.

**I fogli che distribuisci sono pieni di immagini, diagrammi, analogie, di cose che sembrano non aver nulla a che fare con l'argomento di cui stai parlando. Per esempio ho visto il Piccolo Principe, Stonehenge, il Monopoly, un personaggio dei videogiochi… come mai hai scelto questo stile?**

Lo faccio perché è quello che mi piacerebbe sentire dagli altri relatori. Io non sono un buon ascoltatore, spesso per me è difficile rimanere sveglio e attento, soprattutto se sono a una conferenza in un Paese lontano e ho il jet-lag. E ancora di più quando gli interventi che ascolto sono asciutti e formali e pongono l'attenzione solo sulle formule. Mi capita spesso di pensare che vorrei che il relatore ci mettesse più brio e più personalità. Così, quando preparo i miei interventi, mi sento in dovere di metterci dentro un po' di vita. Non so se è efficace, ma almeno ci provo.

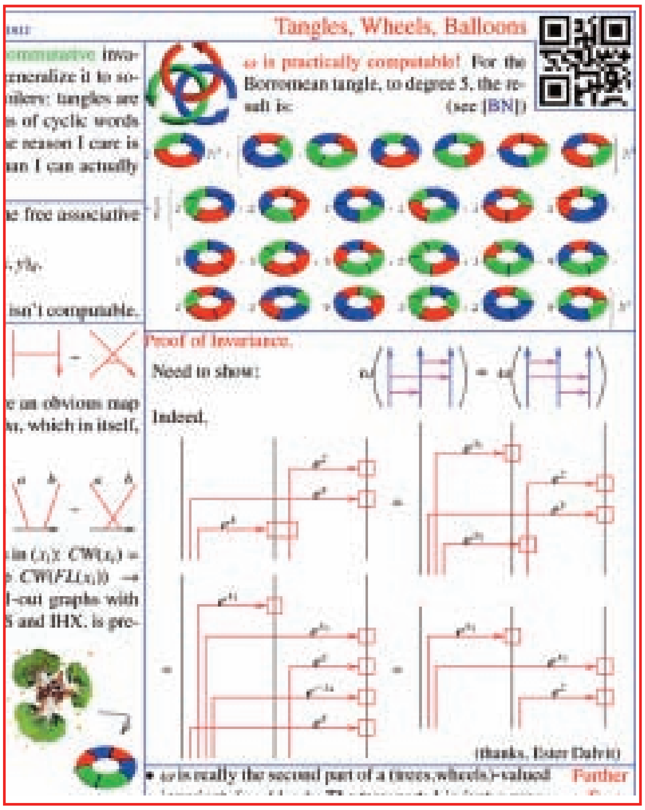
**Com'è stata la tua esperienza di studente? I tuoi insegnanti ti hanno trasmesso un po' di questa vitalità nella matematica?**
Come ho detto prima, sono un pessimo ascoltatore. Lo sono sempre stato, anche a scuola. Durante le lezioni imparavo veramente poco, così studiavo dopo le lezioni. Spesso mi riducevo a studiare nei due giorni precedenti all'esame...

**Usi molto la tecnologia, non solo nelle conferenze ma anche nel tuo ufficio. Sicuramente dimentico qualcosa, ma vedo almeno due computer, tre monitor, una webcam, un proiettore... riusciresti a lavorare senza la tecnologia? È qualcosa di utile o anche una fonte di distrazione?**
Mi piace "smanettare" con i computer. Credo di essere abbastanza bravo nell'usare il computer, non certo a livello di chi lavora nella Silicon Valley, ma meglio di quasi tutti i matematici. Tutti tendiamo a fare quello che ci viene meglio. Forse qualche volta la distrazione è quello che cerco... Ma di solito uso bene la tecnologia, la uso per scrivere articoli migliori, per fare conferenze più interessanti, spero anche per rendere lo studio più piacevole e più produttivo ai miei studenti.

**Oltre a questi usi del computer, scrivi anche programmi per fare calcoli riguardo a ciò che scopri con ragionamenti teorici. Non tutti i matematici lo fanno o lo apprezzano.**
Cerco solo di sfruttare al meglio le mie capacità. E anche di contrastare i miei difetti: in un ragionamento completamente teorico tendo a fare molti errori. Per questo mi convinco della correttezza dei miei ragionamenti solo quando posso fare dei calcoli per confermare i risultati.
Prima mi hai chiesto qual è la parte del lavoro che mi dà più soddisfazione. Un'altra cosa che mi piace molto è quando i risultati calcolati al computer confermano le mie teorie. Per esempio, se le mie complicate teorie prevedono che due quantità A e B devono essere uguali, e queste quantità vengono da due approcci diversi e si possono calcolare in due modi completamente diversi, scrivo un programma che calcola A e un programma che calcola B. Magari ci vogliono settimane o mesi per farlo: nella programmazione è facile fare errori e bisogna continuare a correggerli. Poi a un certo punto i due programmi sono scritti correttamente, uno calcola A, l'altro calcola B e trovano lo stesso valore... questa è una soddisfazione enorme. Rende la teoria molto più credibile.

**Fai anche un altro uso della tecnologia: hai un enorme archivio online del tuo lavoro. Contiene non solo i tuoi articoli, le registrazioni dei tuoi interventi alle conferenze, ma anche file e materiale su cui stai lavorando attualmente, le foto delle lavagne scritte da te e dai tuoi collaboratori, ecc. Ci sono altre persone che lo usano?**
Lo sai tu meglio di me se altre persone lo usano...

**Sì, ho guardato qualcuno dei tuoi interventi alle conferenze, senza dover essere fisicamente lì. Qualche volta riguardo anche le lavagne che riempiamo, per ricordare che cosa abbiamo detto o quale era il problema da risolvere. Ma perché mantieni questo archivio? E come lo usi?**
Anche qui direi che sfrutto le mie capacità. So come mettere online il materiale in modo efficiente e lo faccio rego-



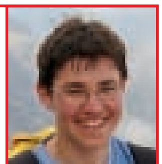



larmente. Non ho paura che altri possano rubare i miei pensieri, quindi non ho nessun problema a metterli online prima che siano maturi. Avere questo archivio pubblico è utile a volte: posso indirizzare i miei studenti verso qualche idea lasciata a metà e loro la possono trovare, leggere e sviluppare. Penso però che il maggior utilizzatore della mia pagina sia io stesso. È vero che gran parte dell'archivio consiste di cose lasciate a metà, ma mi sforzo di organizzare i contenuti in modo efficiente per poterli ritrovare facilmente anche anni dopo. Averli online e potervi accedere in tempo reale è molto più comodo che sfogliare una pila di appunti accatastati in un angolo dell'ufficio!

**Grazie della disponibilità, Dror! È stato interessante anche per me che ti conoscevo già.**
Grazie a voi dell'attenzione, sono contento che abbiate scelto di intervistare me, nonostante tutti i matematici italiani che avreste potuto scegliere!

**Nota:** *se i nodi vi hanno incuriosito e volete saperne di più potete cominciare da www.xlatangente.it/page.php?pid=250 e poi magari leggere il libro di A. Sossinsky,* Nodi. Genesi di una storia matematica*, Bollati Boringhieri, che arriva molto vicino alla ricerca contemporanea.*
*Per quanto riguarda i nodi di dimensione due... spero di potervi presentare un bel film tra un paio d'anni!*

**Ester Dalvit**
Laureata in Matematica presso l'Università degli Studi di Trento e quella di Tuebingen in Germania, con un progetto di doppia laurea. Nel 2011, ha conseguito il titolo di dottore di ricerca Matematica con indirizzo in Comunicazione e Didattica, e attualmente è assegnista di ricerca INdAM-Marie Curie presso l'Università di Toronto.
dalvit@science.unitn.it



# Archeologi dell'informatica

di Giovanni A. Cignoni

*L'informatica è cosa recente, ma ha già un ricco passato. I cimeli che le appartengono, hardware e software, interessano studiosi, appassionati, collezionisti. Eventi, mostre e incontri di* retrocomputing *sono sempre più frequenti e frequentati. Ma prima dei mitici* 8 bit *c'era un'informatica che a pieno titolo è storica e per la quale occorrono metodi di studio e di indagine dedicati. Metodi da archeologi, sperimentali e informatici.*
*Qui si racconta l'esperienza del progetto HMR e del Museo degli Strumenti per il Calcolo dell'Università di Pisa*



## Quando è nata l'informatica

L'informatica è cosa recente. Il termine stesso nacque quasi contemporaneamente, a metà degli anni '60, in Francia, Germania e Russia – in ordine alfabetico. Tuttavia, nella percezione comune esiste già una *Storia* dell'informatica, spesso trattata con enfasi e toni epici: è facile imbattersi in affermazioni tipo "il primo personal computer" o "il padre del computer".

La cronologia dell'informatica è breve: neanche un secolo. Si può provare a retrodatare: è ragionevole includere le macchine di Hollerit, o i progetti di Babbage, o le prime calcolatrici meccaniche di Pascal e Leibniz. Ammettendo evidenze frammentarie e solo documentali accettiamo pure l'orologio calcolatore di Schickard. Generalizzando un po' e comprendendo metodi e strumenti di calcolo, di misura o di comunicazione, si trovano tracce di "idee informatiche" ancora più indietro nel tempo. È un esercizio intellettuale interessante che riserva scoperte spesso sorprendenti e curiose. Quel che emerge sono però episodi isolati, intuizioni anche notevoli ma che non innescarono un processo di ricerca e di sviluppo scientifico e tecnologico. Per esempio, le soluzioni di Pascal e Leibniz per la meccanizzazione dell'aritmetica sono rimaste sostanzialmente quiescienti fino agli aritmometri di De Colmar: è una pausa di quasi un secolo e mezzo. Oppure: le tabulatrici di Hollerit ebbero un notevole successo, l'*IBM* è nata con loro a fine '800 e, dopo qualche passaggio societario, prese il nome definitivo già nel 1924. Ma per cinquant'anni rimasero tabulatrici.


**Il NES (1983), il Brionvega Spot (1978) e Super Mario Bros (1985): retrocomputing, ovvero fare Storia dell'Informatica vincendo facile**

Nel 1936 e nel 1945 invece succede qualcosa di diverso. Prima Church e Turing con il *Lambda Calcolo* e la *Macchina di Turing* rispettivamente, fondano le basi della teoria della computabilità. Poi Von Neumann fa circolare l'architettura dell'*EDVAC*, frutto del lavoro del gruppo di Mauchly e Eckert. Con questi due eventi, da una parte si sa "cosa" è un calcolatore programmabile e cosa può fare, dall'altra si sa "come" realizzarlo. In più, la tecnologia, l'elettronica, è matura. È una specie di big bang.

Da allora a oggi è passato veramente poco tempo, ma la storia dell'informatica ha corso veloce e densa di eventi. Così veloce e densa quasi da perdere memoria di se stessa.

## *Retrocomputing*, Paperone e Archimede

Al Museo degli Strumenti per il Calcolo dell'Università di Pisa il quotidiano rapporto con i visitatori ci mette di fronte al fatto che i più non hanno percezione di un'informatica antecedente ai primi PC o *home computer*. D'altra parte queste sono le macchine che, per la loro diffusione, sono rimaste nella memoria collettiva. Né, nelle scuole e nelle università, si pone particolare cura a collocare storicamente gli argomenti. Chi scrive ha scoperto che il *Lisp* è ben più vecchio del *Pascal* diverso tempo dopo averli incontrati, studiati e usati.

I mitici *8 bit* degli anni '70 /80 hanno un fascino indiscutibile. Per molti è complice il ritrovare vecchi compagni di gioco o di lavoro. Per altri (più giovani) è la scoperta di macchine diverse, un po' strane, goffe nelle prestazioni, ma ancora identificabili come appartenenti all'informatica che tutti conoscono e usano quotidianamente: video e tastiera sono sempre lì, il mouse spesso c'era già e il joystick non è tanto distante da un joypad.

Gli eventi e le mostre di *retrocomputing* sono interessanti e divertenti, ma raccontano una storia recente e mostrano un'informatica matura come disciplina e come tecnologia, già diventata prodotto di massa. Un contesto in cui allo scienziato pioniere è ormai subentrato l'industriale. Non è un caso che molti considerino "geni dell'informatica" personaggi che invece sono imprenditori di successo. Molto è colpa della natura commerciale di tanta comunicazione, attenta più al mercato che alla diffusione della cultura scientifica. In ogni caso la Storia ne esce appiattita, concentrata

**Interfacce aliene, il visore delle memorie del Ferranti Mk1* (1952) trapiantato sull'Olivetti 9104 CINAC (1966)**

sugli Zii Paperone e privata di personaggi straordinari come gli Archimede Pitagorici.

## Conservazione e restituzione dell'informatica molto retro

Un museo ha due missioni: la conservazione e la restituzione. La prima tramanda ai posteri i cimeli in quanto tali, riconoscendoli pezzi di una Storia artistica o scientifico-tecnologica. La seconda rende i cimeli comprensibili in ogni loro aspetto, così che la Storia che si cela in essi torni a essere un patrimonio di tutti.
Per un museo dell'informatica a volte le due missioni sono facili. Così è per la *Notte dei Vecchi Videogiochi* (NVV), un appuntamento di retrocomputing organizzato dal nostro Museo. L'ultima edizione aveva come protagonisti il *Nintendo Entertainment System* e *Super Mario Bros*, una console e un titolo vecchi di trent'anni ma ancora capaci di coinvolgere. La maggioranza dei partecipanti al torneo era più giovane dei cimeli: non conosceva il gioco originale, ma aveva ben presente la franchise; percepiva la grafica come vintage, ma non la considerava inaccettabile. L'hardware, incluso un TV *Brionvega Spot* firmato Bellini, icona del design italiano del periodo, e il software d'epoca erano disponibili nella collezione del Museo o in prestito da privati che volentieri hanno collaborato all'evento. Divertimento a parte, nella NVV si è parlato di tecnologia (dai primi microprocessori alla grafica con gli *sprite*), di storia industriale (la Nintendo compiva 125 anni nei giorni dell'evento), di evoluzione del mezzo ludico (SuperMario è uno personaggio con una storia anche esterna alla trama del gioco).
Diversa è invece la situazione quando l'informatica che si vuole conservare e restituire è molto più retro. Prendiamo per esempio il primo calcolatore progettato e costruito in Italia: la Macchina Ridotta del 1957 (MR), un cimelio per definizione. Intanto non c'è più niente da conservare. Il calcolatore pisano fu progettato fra il 1955 e il 1956, completato nel 1957 e utilizzato per attività di ricerca e servizi di calcolo nel 1958. Poi, in una triste storia di mancanza di fondi per la ricerca, fu smantellato per riusare i materiali elettronici nella costruzione di un secondo calcolatore.
Altri casi sono più fortunati, l'hardware ancora c'è, ma riportarlo e mantenerlo in condizioni di funzionamento è un'impresa. A parte le competenze perdute e la disponibilità di pezzi di ricambio, entrano in gioco fattori di contorno quali spazi, consumi elettrici e questioni di sicurezza legate a materiali e standard molto diversi da quelli di oggi.
La restituzione è un'altra sfida. I calcolatori del passato risultano davvero alieni e non è immediato comprenderli come strumenti protagonisti di un cambiamento epocale. Le interfacce utente erano completamente diverse: binarie, con interazioni sporadiche, spesso senza feedback. Le applicazioni di allora non trovano riscontro con l'attualità: a cosa serve un calcolatore che non può essere usato per mandare una mail, tenere i contatti con gli amici, guardare un filmato, giocare? Paradossalmente, il fatto che i primi calcolatori siano stati usati per affrontare "solo" problemi complessi e importanti li rende meno capaci di destare quel senso di ammirazione che invece suscita l'ultimo modello di tablet.

## Archelogia sperimentale dell'informatica

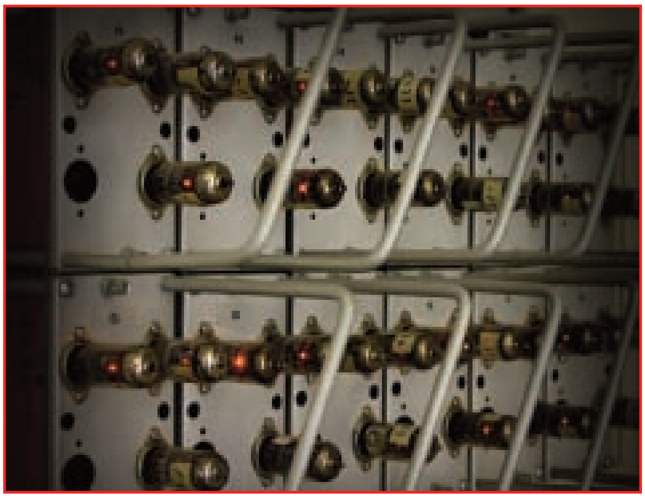
Dal 2006 il progetto *Hackerando la Macchina Ridotta* (HMR) si occupa – principalmente – di ricostruire la MR. Come altri progetti simili è un'attività di ricerca di *archeologia sperimentale dell'informatica*. Fra i colleghi – molto più illustri – si possono citare per esempio la replica del *Colossus* di Bletchley Park, il progetto di ricostruzione dell'*EDSAC* di Cambridge, la realizzazione della *Difference Engine* n. 2 di Babbage.
Archeologia perché si scava negli archivi e nei recessi dei vecchi centri di ricerca per trovare documenti, foto, disegni, a volte parti originali miracolosamente sopravvissute. Il materiale acquisito va poi decifrato: la lingua di progetti e schemi è antica, distante dalle notazioni e dagli standard odierni. Alla fine, l'informazione recuperata è raramente completa: come l'hardware, anche i documenti sono soggetti a essere persi. In qualche caso c'è pure il sospetto che, come molti informatici di oggi, anche i primi pionieri non brillassero per attenzione e cura nel documentare i loro progetti.
Le lacune nelle informazioni disponibili determinano l'aspetto sperimentale della ricerca: si procede per ipotesi, formulate in base ai frammenti recuperati e poi verificate in tentativi di ricostruzione vincolati all'uso delle conoscenze scientifiche e tecnologiche dell'epoca.
Nella ricostruzione della MR sono stati già ottenuti risulta-

**Software che è hardware, la plugboard per la programmazione del Bull Gamma3 (1953)**

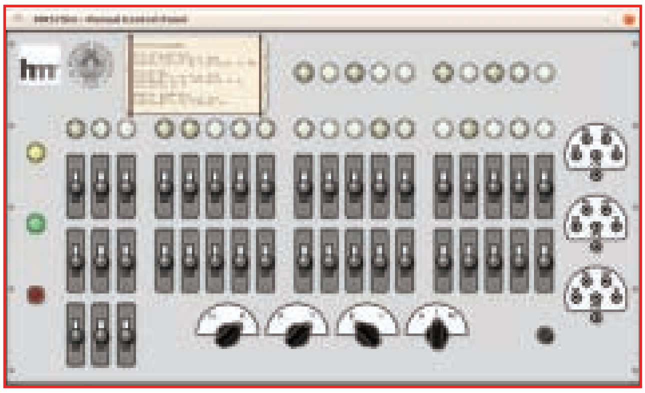
ti importanti. La replica dell'addizionatore a 6 bit è un pezzo di elettronica digitale anni '50 funzionante con valvole originali. Dai documenti ritrovati risulta uno dei primi componenti costruiti della MR. A parte il fascino della tecnologia d'epoca e la testimonianza del traguardo raggiunto dai pionieri pisani, l'addizionatore è uno strumento didattico formidabile per spiegare l'aritmetica binaria. Sempre sul versante delle ricostruzioni hardware, è in via di completamento la replica della consolle della MR.

Più interessante perché lega la ricerca storica all'uso di tecnologie informatiche moderne, è il simulatore della MR. È una ricostruzione virtuale della macchina che, oltre al comportamento, riproduce fedelmente anche molti dettagli del *look & feel* originale mantenendo la simulazione in tempo reale entro un errore inferiore al centesimo di secondo. Anche in questo caso, la ricostruzione è protagonista di attività educative al Museo: la spartanissima interfaccia utente della MR rende trasparenti i meccanismi che ancor oggi, benché nascosti dietro un click del mouse o un tocco sullo schermo, sono alla base del funzionamento dei calcolatori, come per esempio il caricamento e l'esecuzione dei programmi. La ricostruzione virtuale della MR procede anche sul versante delle periferiche: telescriventi e lettori di nastro.

## La Storia restituita



**La replica dell'addizionatore binario della Macchina Ridotta (2011, su progetto del 1956)**



**Il simulatore della Macchina Ridotta (2013, su progetto hardware del 1957)**

Le ricostruzioni oggetto della ricerca di HMR sono parte integrante della missione di conservazione e restituzione del Museo. Oltre all'uso di simulatori e repliche nei laboratori didattici proposti soprattutto alle scuole, la ricostruzione porta alla massima conoscenza possibile della macchina e permette di verificare molti aspetti della sua Storia.

Nel caso della MR le sorprese non sono mancate. Si è trovato un calcolatore scientificamente e tecnologicamente molto più interessante (nel 1957) di quanto non fosse (nel 1961) il secondo calcolatore pisano, la ben più celebrata CEP. Si è anche scoperto che il progetto di ricerca che realizzò le due macchine non fu proprio un'epica coincidenza di scienziati illustri (Fermi), politici illuminati (gli Enti locali) e industriali intraprendenti (Olivetti). Fu invece una molto più normale, vera (e istruttiva) storia di finanziamenti interrotti proprio all'indomani di un grande risultato (la MR).

Una storia restituita al pubblico grazie alla curiosità un po' *hacker* di scavare a fondo.

**Giovanni A. Cignoni**
Informatico, ingegnere, da più di vent'anni fa ricerca, didattica e trasferimento tecnologico lavorando per l'informatica di domani. Da una decina ha cominciato a guardare anche all'informatica di ieri, organizzando eventi e curando allestimenti al Museo degli Strumenti per il Calcolo dell'Università di Pisa.
giovanni.cignoni@di.unipi.it

## Per approfondire

**La pagina Facebook del Museo è aggiornata su tutte le iniziative che si svolgono al Museo:**
**www.facebook.com/MuseoStrumentiCalcolo**
**La pagina web del progetto HMR pubblica tutto il materiale prodotto dal progetto: http://hmr.di.unipi.it**
**In particolare segnaliamo:**

**Giovanni A. Cignoni, Fabio Gadducci, "Using Old Computers for Teaching Computer Science", in (A. Tatnall et alii eds.) *Making the History of Computing Relevant - IFIP WG 9.7 International Conference*, pp. 121-131, Springer, 2013, ISBN 978-3-642-41649-1**
**http://hmr.di.unipi.it/HMR/HMR_CG-MHCR2013.pdf**
**Giovanni A. Cignoni, Stefano Paci "UML Modelling and Code Generation For Agent-based, Discrete Events Simulation", atti di *International Workshop on Applied Modeling and Simulation*, Roma, 24-27 settembre 2012, ISBN 978-88-9799-070-2. http://hmr.di.unipi.it/HMR/WAMS2012_CignoniPaci.pdf**
**Giovanni A. Cignoni, Fabio Gadducci, "Rediscovering the Very First Italian Digital Computer", in Proceedings of the IEEE 3rd History of Electro-technology Conference, 2012, ISBN 978-1-4673-3079-4**
**http://hmr.di.unipi.it/HMR/HMR-2012-IEEEHistelcon.pdf**

# Oi Voronoi!

di Enea Bongiorno

*Nel n. 39 di XlaTangente (www.xlatangente.it/upload/files/Materiale%20Sfoglia/39/il_piu_vicino_possibile.pdf), avevamo definito il diagramma di Voronoi, dal russo Georgij Voronoi (1868-1908), e avevamo osservato come questo sia un modello di tassellazione spaziale che si presta alla descrizione di fenomeni naturali o all'applicazione in diversi problemi anche molto attuali: da quelli dell'astronomo interessato alla struttura dell'Universo a quelli dell'archeologo che cerca di identificare zone di influenza di diverse tribù, da quelli dell'amministratore di una città che deve pianificare la dislocazione delle farmacie nel territorio a quelli dell'operatore telefonico che deve stabilire dove posizionare i propri ripetitori, da quelli del fisiologo che studia come i capillari riforniscono di ossigeno i tessuti muscolari a quelli del cristallografo che studia la struttura geometrica delle interfacce*

In questo articolo, riprendiamo il discorso e, a partire dalla definizione di tassellazione di Voronoi, ne descriveremo alcune importanti proprietà che ci condurranno alla definizione di un metodo di costruzione del diagramma stesso.
Procediamo con ordine incominciando dalla definizione: consideriamo una famiglia finita G di punti del piano euclideo detti *generatori* scelti, in generale, in maniera casuale. Associamo a ciascun generatore *g* l'insieme *C*, detto *cella*, costituito da tutti quei punti del piano che sono vicini a *g* più che a ciascuno degli altri generatori in *G*. Per chiarirci le idee, tra gli esempi citati prima consideriamo quello dell'amministratore con le sue farmacie e quello dell'operatore telefonico con le sue antenne. Nel primo caso, i generatori corrispondono alla posizione sul territorio delle rivendite mentre le celle individuano la corrispondente zona di competenza; nel secondo caso, i generatori sono individuati dalla posizione dei ripetitori/antenne e le celle delimitano il loro raggio d'azione. In questi esempi, e in accordo con la definizione di *cella* di Voronoi, la "zona di competenza" e il "raggio di azione" vengono identificati secondo un principio di maggior vicinanza: in generale, un cittadino che abbia bisogno di un medicinale si recherà nella farmacia più vicina e un telefono cellulare stabilirà il contatto con l'antenna più vicina.
Ora, nonostante questo principio di maggior vicinanza sia relativamente semplice, esso non definisce esplicitamente la forma delle celle e lascia senza risposta la domanda: dati *n* generatori come si può individuare la cella associata a ognuno di essi?
Per rispondere a questa domanda e poter apprezzare alcune proprietà della tassellazione di Voronoi consideriamo alcuni esempi in cui il numero di generatori va a crescere. Se ci fosse una sola farmacia, essa sarebbe la più vicina rivendita a cui rivolgersi in caso di necessità, e, se ci fosse una sola antenna, tutti i cellulari si "aggancerebbero" ad essa. Quindi, nel caso il numero dei generatori fosse uguale a uno, la cella associata all'unico generatore coinciderebbe con tutto lo spazio. D'altra parte, se ci fossero due farmacie (antenne), il principio di maggior vicinanza non potrebbe essere applicato qualora l'acquirente (il cellulare) fosse equidistante dalle due farmacie (antenne). In altre parole, tutti i punti equidistanti da due generatori sono dei punti di "confine" tra le celle associate ai generatori considerati e, sotto opportune ipotesi, tali punti ci permettono di individuare esattamente la struttura delle celle. Supponiamo che i generatori siano punti di un piano euclideo in cui la distanza fra due punti è definita nel modo usuale (quello dato dal teorema di Pitagora). Allora, qualora ci fossero due generatori, il "confine" tra le celle associate sarebbe il luogo dei punti equidistanti da essi e cioè l'asse del segmento congiungente i due generatori. Tale asse viene detto *lato*, ed è tale da separare le celle contenenti ciascun generatore; in particolare, nel caso di due generatori le celle a loro associate sono i due semipiani individuati dal lato.

Ora, nel caso in cui ci siano tre generatori, diciamo A, B, C, avremo che gli assi dei segmenti AB, BC, AC separano le celle dei tre generatori: in particolare, la cella del punto A è ottenuta intersecando i semipiani contenenti A e generati dagli assi dei segmenti contenenti A (cioè AB e AC); la cella del punto B è

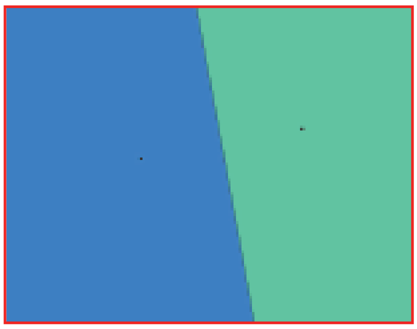


**Figura 1. Celle di Voronoi nel caso di 2 generatori**

individuata dagli assi di AB e BC e la cella di C dagli assi AC e BC. Inoltre, se i punti A, B e C non sono allineati, tra tutti i punti degli assi dei segmenti AB, BC, AC ve n'è uno che è contemporaneamente equidistante da A, B e C, ed è anche famoso sotto il nome di circocentro del triangolo ABC. Siccome tale punto appartiene a tutti i lati di tutte le celle, viene chiamato *vertice*.

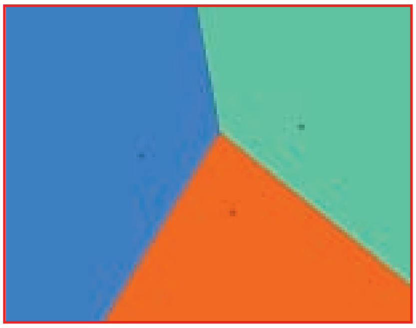


**Figura 2. Celle di Voronoi nel caso di 3 generatori**

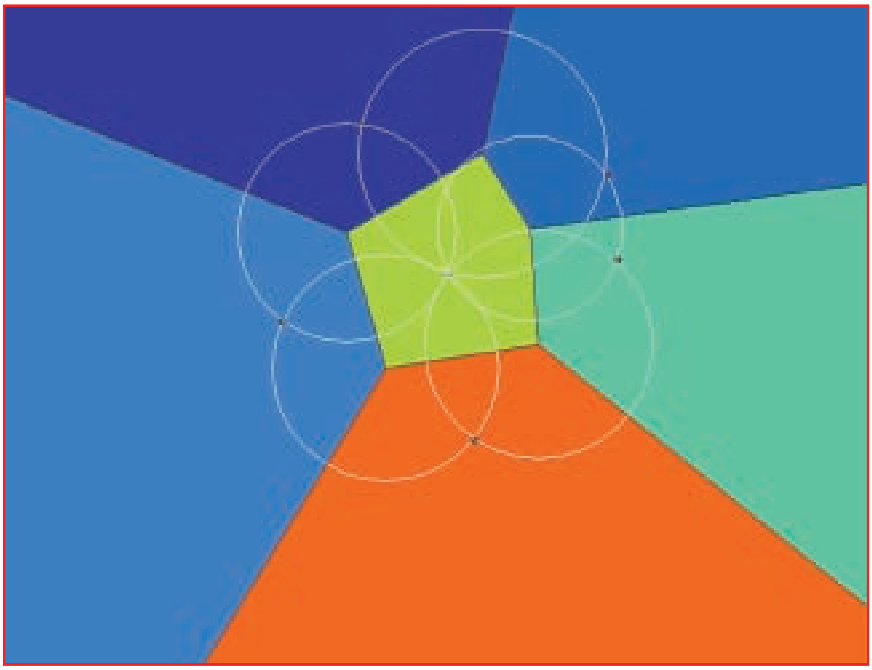


**Figura 3. Cerchi vuoti**

Aggiungendo un quarto generatore, diciamo D, per la definizione delle celle dei lati e dei vertici si dovranno considerare le posizioni relative dei punti rispetto agli assi dei segmenti AD, BD e CD. Aggiungendo via via nuovi generatori si dovranno considerare sempre più segmenti, assi e semipiani. In generale, dati *n* generatori, le celle risultano essere poligoni convessi in quanto ottenute dall'intersezione di semipiani. Alcune di queste celle saranno illimitate: quelle corrispondenti ai generatori "più esterni" (matematicamente i generatori "più esterni" sono quelli che si trovano ai vertici del più piccolo poligono convesso contenente i generatori stessi). Il confine tra due celle adiacenti è un segmento giacente sull'asse del segmento che collega i generatori delle celle considerate. In generale, se tre generatori definiscono tre celle con un vertice in comune, tale vertice è il circocentro del triangolo di vertici i tre generatori e si dimostra che il cerchio circoscritto a tale triangolo ha la proprietà di non contenere al suo interno altri generatori.

Quest'ultima proprietà è fondamentale per la costruzione dei diagrammi di Voronoi. Essa fornisce un primo criterio per individuare tutti i vertici della tassellazione, i lati e quindi le celle. Per raggiungere tale scopo è sufficiente considerare il cerchio passante per una terna di generatori non allineati: il suo centro sarà un vertice della tassellazione se e solo se il cerchio non contiene altri generatori diversi da quelli che definiscono il cerchio. Ripetendo tale considerazione per tutte le terne di generatori non allineati si otterranno non solo tutti i vertici della tassellazione, ma si individuerà anche a quali lati e celle tali vertici appartengono definendo quindi in maniera esplicita tutti gli elementi della tassellazione. Tale metodo di costruzione del diagramma di Voronoi è detto delle "sfere vuote" (per il fatto che lo stesso ragionamento può essere generalizzato anche a uno spazio con dimensione maggiore) ed è stato descritto per la prima volta da Boris Delaunay (1890-1980) al quale si devono diversi studi sulla tassellazione di Voronoi.

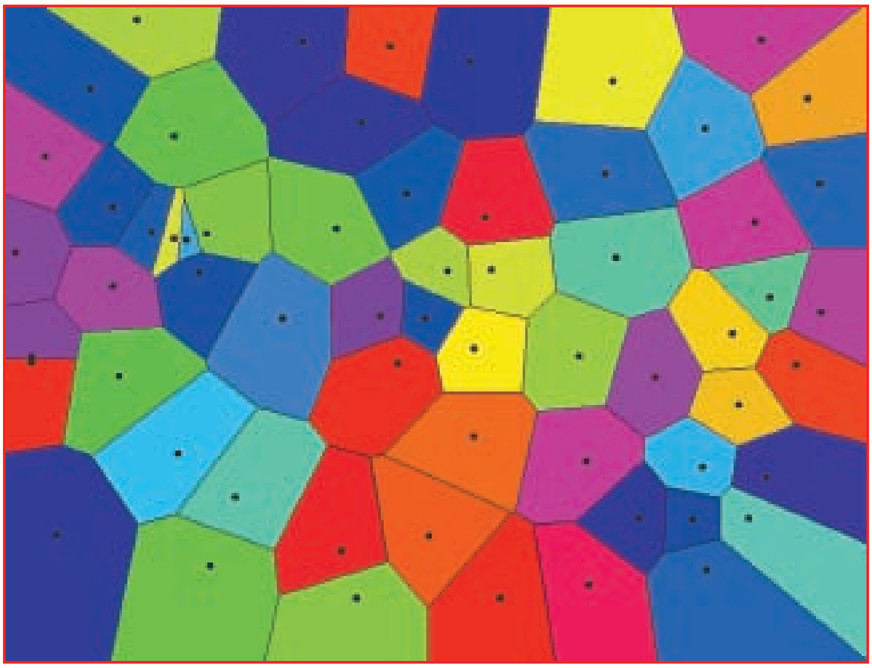


**Figura 4. Esempio di tassellazione di Voronoi**

**Enea Bongiorno**
Ricercatore in Statistica presso il Dipartimento di Studi per l'Economia e l'Impresa dell'Università del Piemonte Orientale. I suoi interessi di ricerca riguardano principalmente la Probabilità e la Statistica Matematica. In passato ha collaborato come "ricercatore" all'iniziativa MATh.en.JEANS.
enea.bongiorno@uniupo.it

# Modelli matematici, ovvero una finestra spalancata sul mondo (2)

di Giovanni Naldi

La descrizione di un fenomeno veicolata da un modello matematico ha come componenti concetti e oggetti matematici (variabili, funzioni, equazioni...) e le relazioni tra questi (è una immagine dinamica). Anche se gli spunti di applicazione della matematica possono andare dalla A (come arte) alla Z (come zoologia), ci limitiamo qui a un esempio piuttosto noto: in fondo, un gioco enigmistico affrontato da Leonhard Euler.
Euler aveva visitato la città di Königsberg nella Prussia (poi rinominata Kaliningrad nel 1946 e attualmente appartenente alla Federazione russa). La città era, ed è, attraversata dal fiume Pregel, e un suo quartiere sorgeva, e sorge, su di un'isola (chiamata der Kneiphof) oltre la quale il fiume si spezza in due rami (si veda Fig. 2).
L'isola era allora collegata tramite due ponti con ciascuna delle due sponde che il fiume forma prima di suddividersi, mentre la sponda situata dopo la suddivisione del fiume era collegata con un ponte sia con l'isola sia con le sponde citate precedentemente, per un totale di sette ponti. Ebbene, gli abitanti di Königsberg si domandavano se fosse possibile compiere un cammino semplice (ogni ponte percorso una volta sola) lungo i ponti della città in modo tale da percorrerli tutti durante qualche passeggiata domenicale.

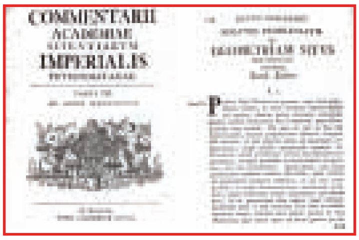

COMMENTARII
ACADEMIAE
IMPERIALIS

**Figura 1. Il lavoro "Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis" di Leonhard Euler nei *Commentarii academiae scientiarum imperialis Petropolitanae*, volume 8**

Euler analizzò il problema presentando il proprio lavoro all'Accademia di San Pietroburgo il 26 agosto 1735 per poi pubblicarlo nei *Commentarii academiae scientiarum imperialis Petropolitanae*.
Euler osserva che una strategia possibile consiste nel fare un primo elenco di tutte le passeggiate possibili: così facendo, si potrebbe sicuramente trovare il cammino che soddisfa il problema oppure constatare che tale passeggiata non esiste. Ma Euler stesso esclude subito tale metodo per due motivi. Primo, perché i percorsi possibili sono in numero elevato, e la loro elencazione creerebbe difficoltà che nulla hanno a che vedere con la natura del problema. Secondo, perché, così facendo, si risolverebbe sì il problema specifico, che però resterebbe aperto per altre disposizioni e per altri numeri di regioni e ponti. Allora inventa un modo idoneo per rappresentare i percorsi, quello illustrato qui in Figura 2. Comincia con l'indicare con *A*, *B*, *C* e *D* le quattro regioni da collegare e con *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g* i sette ponti. Se il viaggiatore dovesse partire dalla regione *A* e, attraverso non importa quale dei ponti *a* o *b*, si recasse in *B*, indicherà il suo percorso con *AB*; se poi si recasse in

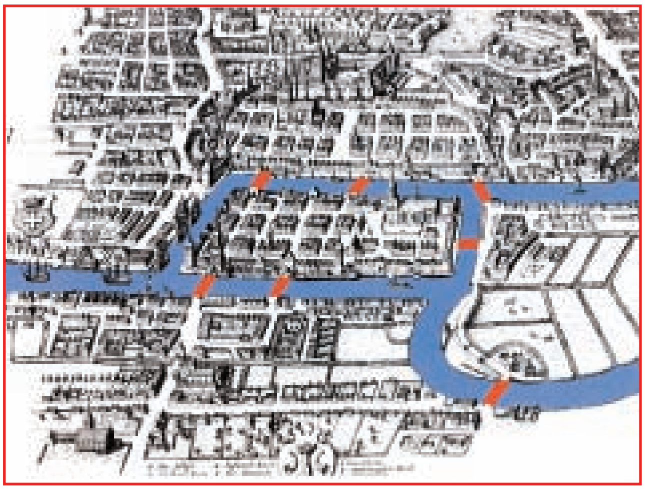


**Figura 2. Il problema dei ponti di Königsberg**



*D*, il nuovo tratto verrebbe indicato con *BD* e tutto il tragitto con *ABD*. E se poi andasse da *D* a *C*, allora il percorso complessivo sarebbe *ABDC*. In generale, il numero di ponti attraversati è di uno minore del numero di lettere della parola-percorso. Il percorso cercato dovrà essere descritto da una "parola-percorso" di otto lettere con alcuni vincoli. Esiste? Euler dimostra con un metodo di tipo algebrico che non è possibile scrivere questa "parola-percorso".
Al fine di generalizzare il problema, Euler rappresenta così regioni e collegamenti con quello che chiameremmo oggi un *grafo non orientato*. I punti (regioni) *A*, *B*, *C* e *D* sono detti *nodi*, le linee *a*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g* si chiamano *archi* (o lati o segmenti). Il numero di archi che escono da un nodo si chiama *ordine del nodo*. Euler dimostra che il percorso desiderato c'è solo quando tutti i nodi hanno ordine pari:
*Dato dunque un qualunque caso, si può immediatamente e facilissimamente riconoscere se la passeggiata, alle solite condizioni, è possibile o no, in forza della seguente regola. Se sono più di due le regioni alle quali conducono un numero dispari di ponti, allora si può affermare con certezza che la passeggiata è impossibile. Se sono solo due le regioni alle quale conducono un numero dispari di ponti, allora la passeggiata è possibile, a condizione che si parta da una di esse. Se infine a nessuna regione giunge un numero dispari di ponti, allora la passeggiata è possibile, qualunque sia la regione dalla quale si parte. E questa regola è del tutto soddisfacente, qualunque sia il problema posto.*

Viene riconosciuto da molti che Euler, con il metodo di soluzione di questo problema, dà inizio a una nuova branca della matematica che oggi viene chiamata "topologia", che è considerata come fondamentale per tutta la matematica.
L'approccio di Euler si può naturalmente estendere a qualsiasi

altra situazione analoga, indipendentemente dal numero di isole, di zone e di ponti. Il passo di astrazione, che egli ha compiuto, ha condotto a un approccio pratico ed efficace. L'astrazione, caratteristica saliente dell'indagine matematica, ha portato a uno sguardo più profondo sulla realtà (non è una cosa avulsa o lontana da essa).

Il modello di Euler ha condotto alla nascita della teoria dei grafi: con lui questi semplici oggetti matematici muovono i loro primi passi e non si fermeranno più. Permetteranno prima, per esempio, la classificazione di superfici compatte [7] e più recentemente, forniranno la base di partenza per lo sviluppo di metodi efficienti nell'ambito dei servizi per le nuove tecnologie.
Qui facciamo un esempio relativo ai motori di ricerca, ovvero ci occupiamo della ricerca di informazioni all'interno del mondo quasi sconfinato della rete (del web). Attualmente, quando utilizziamo un motore di ricerca per avere informazioni su un certo argomento, introduciamo un certo numero di parole chiave e ne riceviamo in risposta una lista, spesso numerosa, di pagine da visitare che contengono le parole chiave che abbiamo richiesto. Queste pagine non sono però un mero elenco di posti dove andare a sbirciare, ma vengono ordinate in base alla loro importanza in modo che nei primi posti troviamo quelle che sono certamente più significative. Il problema da risolvere quindi consiste nello stabilire che cosa sia più o meno importante nell'ordinare le pagine presenti sul web in base alla loro importanza rispetto al criterio scelto. Per esempio, potremmo legare l'importanza della pagina al numero di volte che le parole chiave cercate vi compaiono oppure legarla al numero dei link che da essa partono, o ancora al numero delle pagine che puntano a quella in esame.
Nel settembre del 1998, due giovani studenti di Stanford, Larry Page e Sergey Brin, fondarono Google proprio con l'intento di sviluppare le loro idee su un motore di ricerca. La ricetta precisa è un segreto industriale ben custodito, ma il principio fondamentale è un'idea semplice e brillante. Google mette nelle prime posizioni le pagine che hanno in ingresso un elevato numero di link. Come è probabilmente noto, le pagine su Internet sono collegate tra di loro in modo ipertestuale, ovvero chi scrive una pagina può collegarla a una qualsiasi altra pagina non sua. Per Page e Brin ogni pagina ha una sua propria importanza che deriva dalle connessioni (non direttamente dai contenuti). Ogni pagina fornisce un contributo di importanza alle pagine a cui essa punta: suddivide la propria importanza in parti uguali. L'importanza di una pagina è quindi data dalla somma delle frazioni di importanza che le derivano dalle pagine che ad essa puntano. Facciamo un esempio, supponendo di analizzare una rete con sole tre pagine: quella del Centro "matematita", quella dell'Università, quella di Giovanni e organizziamo la rete come un grafo (in questo caso orientato, contrariamente a quello relativo a Königsberg). Ogni pagina è un nodo del grafo; colleghiamo con un arco orientato due nodi per modellizzare il fatto che una pagina ne indichi, con un collegamento, un'altra (l'arco è orientato dalla pagina che contiene il collegamento a quella a cui si punta).
Per esempio, in Fig. 3 Mate rimanda a Unimi e viceversa per cui avremo due archi distinti (uno da Mate a Unimi e l'altro viceversa).
Pesiamo ora gli archi con la frazione che rappresenta l'importanza trasferita da un nodo all'altro. Se da un nodo escono $M$ collegamenti, allora il peso di ogni arco sarà il medesimo:

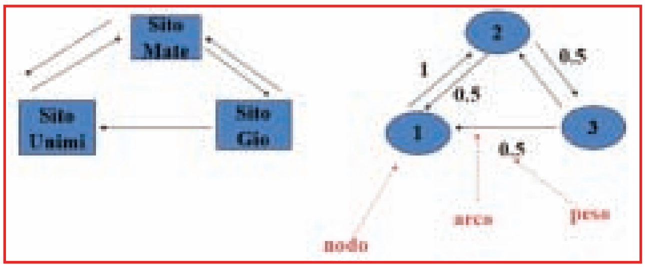



**Figura 3. Schematizzazione di una semplice rete di pagine con un grafo orientato e pesato**

$1/M$. In generale avremo una rete di $N$ pagine (nella pratica pratica $N$ è molto grande!) e possiamo numerarle con gli interi da 1 a $N$. Possiamo quindi costruire il grafo orientato che descrive la situazione: in esso, gli archi orientati descrivono le connessioni tra tali pagine. Un grafo orientato può anche essere univocamente descritto da una matrice $A = (a_{ij})$ di dimensioni $N \times N$ che viene detta *matrice di adiacenza*. L'elemento $a_{ij}$ vale 1 se c'è un arco orientato che collega il nodo $i$ con il nodo $j$ (se la pagina $i$ contiene un collegamento ipertestuale alla pagina $j$); altrimenti si ha $a_{ij} = 0$. La matrice di adiacenza associata al grafo dell'esempio fatto sopra è la seguente (in Figura 3 si mostra anche la numerazione adottata),

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Indichiamo con $n_i$ la somma dei valori della matrice $A$ nella riga $i$-esima: si tratta del numero di pagine puntate dalla pagina $i$. Supponendo, per semplicità, che sia $n_i \neq 0$ per ogni $i$, e indicando con $x_j$ l'importanza della pagina $j$-esima, abbiamo

$$x_j = \Sigma_{i=1}^{N} \quad x_j \frac{a_{ij}}{n_i}.$$

Con riferimento al semplice esempio precedente possiamo allora scrivere,

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{x_2}{2} + \dfrac{x_3}{2} \\ x_2 = x_1 + \dfrac{x_3}{2} \\ x_3 = \dfrac{x_2}{2} \end{cases}$$

In generale, indicata con $C$ la matrice dei coefficienti $a_{ij}/n_i$ e con $X^T = (x_1, x_2, ..., x_N)$ il vettore che indica l'importanza delle pagine (qui l'apice T rappresenta l'operazione di trasposizione), si ottiene il seguente sistema

$$X^T C = X^T$$

che non è altro se non un problema di autovalori e autovettori. Naturalmente si pongono alcuni problemi. Cosa succede se risulta $n_i = 0$ per qualche pagina? E poi: esiste sempre una soluzione, un vettore $X$? In caso affermativo questa soluzione è unica (ovviamente a meno di multipli scalari)? La soluzione è positiva? Infine, come si può calcolare in modo efficiente la soluzione?
Per ovviare al problema di pagine che non puntano a nessuno (fatto non strano potendo esistere pagine rappresentate da documenti che non contengono collegamenti ipertestuali), si perturba un poco la matrice $A$ aggiungendo un uno sulla diagonale in corrispondenza di queste pagine particolari. Per le restanti questioni si può far ricorso al Teorema di Perron-Frobenius [8], un importante risultato di algebra lineare sugli autovalori delle matrici reali a elementi positivi o, più in generale, non negativi. Senza entrare in dettagli, per poter rispondere in modo esauriente alle richieste sulla matrice $A$ per garan-

tire esistenza, unicità e positività della soluzione occorre una proprietà particolare, ovvero che la matrice sia irriducibile. Tale irriducibilità può essere analizzata tramite il grafo che la matrice stessa rappresenta. In pratica anche questo fatto richiede di modificare la matrice *A*. Tale modifica nel modello di grafo adottato corrisponde a una suddivisione dell'importanza di una pagina in due parti: una frazione $\alpha$ viene distribuita in base ai collegamenti ipertestuali come nel modello originale, la frazione complementare $(1 - \alpha)$ viene distribuita a tutte le altre pagine secondo un criterio dato da un opportuno vettore ausiliare. Indichiamo con $C_\alpha$ la corrispondente matrice modificata: occorre calcolare l'autovettore, che risulterà avere componenti positive, corrispondente all'autovalore $\lambda = 1$, che si dimostra essere l'unico autovalore di modulo massimo, della matrice $C_\alpha$. Come fare?
Alzi la mano chi sta già pensando a polinomi caratteristici e radici di tale polinomio o cose del genere! Metodi generali per questo problema comportano un costo enorme viste le dimensioni del problema stesso; anche utilizzando i più veloci supercomputer attualmente disponibili, richiederebbero infatti un tempo di calcolo superiore alla vita dell'universo.
Bisogna passare a metodi numerici appropriati, in particolare a un metodo noto come "metodo delle potenze" che risulta essere un procedimento iterativo efficiente (le iterazioni si fermano quando si può supporre di avere un'approssimazione ragionevole del vettore *X*).
Una volta determinata la soluzione, basta ordinare in senso decrescente le componenti del vettore dell'importanza delle pagine e il gioco è fatto.
Abbiamo svelato il segreto di Google? In realtà no: abbiamo solo descritto l'idea di base. Per esempio, come costruire la matrice dei collegamenti *A* è un segreto ben custodito; inoltre, il dieci di ogni mese i parametri di classificazione delle pagine web vengono cambiati in modo da rimescolare le classifiche. I dipendenti della società sono poi attivamente impegnati nella risistemazione manuale delle classifiche: in altre parole modificano a mano i pesi e le valutazioni assegnate ad alcuni siti Internet dal loro sistema automatico quando si accorgono di eventuali comportamenti truffaldini perché stare nei primi posti del ranking di Google rappresenta ormai un vantaggio economico rilevante (per esempio, un commerciante poco scrupoloso potrebbe registrare un centinaio di siti web inutili, con l'unico scopo di creare al loro interno pagine web insignificanti ma che contengono link al vero sito che si intende pubblicizzare).
Infine, la parola Google pare sia un riferimento al termine "googol", proposto per la prima volta nel 1940 da un matematico britannico, tale Edward Kasner, per battezzare un numero grandissimo ma finito, pari a un uno seguito da cento zeri. Google infatti si vanta di indicizzare un numero molto elevato di pagine web, certamente superiore a quello raggiunto dai suoi concorrenti.

Prima di congedarci da questa nuova puntata riguardante i modelli matematici, avendo parlato di grafi, non possiamo non citare una recente applicazione di questi oggetti matematici nelle Neuroscienze. In particolare questa applicazione ha addirittura un nome: *connectomics* (potremmo tradurre come "connectomica"). Il problema consiste nello scovare, e analizzare, i dettagli delle connessioni neuronali all'interno del cervello o di un altro importante sistema o sottosistema dell'apparato nervoso. Per esempio, esiste un progetto internazionale per fare la mappa di tale connessioni considerando la loro variabilità in un individuo vivo (si veda www.humanconnectomeproject.org/). Si pensa che lo studio delle proprietà dei grafi che si ottengono possa essere molto significativo per una migliore comprensione del funzionamento del cervello [9]. Su questo potremo tornare in altra occasione: molta strada è stata fatta passeggiando per Königsberg!



**Figura 4. Connessioni neurali nel cervello umano ricostruite con tecnica DTI (Diffusion Tensor Imaging)**

**Giovanni Naldi**
Professore di Analisi Numerica presso la Facoltà di Scienze MM.FF.NN. dell'Università degli Studi di Milano e Direttore del Centro interdisciplinare ADAMSS della stessa Università, si occupa di Matematica applicata e di Modelli Matematici in vari ambiti, ultimamente soprattutto in Biologia e Medicina.
giovanni.naldi@unimi.it



## Per saperne di più


1 G. Israel, *La visione matematica della realtà, Introduzione ai temi e alla storia della modellistica matematica*, Roma-Bari, Laterza, 3ª ed. 2003
2 A.M. Millán Gasca, *All'inizio fu lo scriba. Piccola storia della matematica come strumento di conoscenza*, Mimesis, Milano, 3ª ed. 2009
3 J.D. Barrow. *Perché il mondo è matematico?*, Roma-Bari, Laterza, 1992
4 A. Weil, *Teoria dei Numeri – Storia e matematica da Hammurabi a Legendre*, Einaudi Paperbacks Scienze 239, Einaudi editore, Torino, 1993
5 E. Giusti, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*, Bollati Boringhieri, Torino, 1999
6 D.S. Richeson, *Euler's gem: the polyhedron formula and the birth of topology*, Princeton University Press, 2008
7 H.G. Flegg, *From Geometry to Topology*, Dover Pubns (rep), New York, 2001
8 A. Berman, R. Plemmons, *Nonnegative Matrices in the Mathematical Sciences*, Academic Press., New York, 1979
9 O. Sporns, G. Tononi, R. Kotter, *The human connectome: A structural description of the human brain*, PLoS Comput Biol, 1, e42, 2005



# 2015 Anno Internazionale della Luce

Luci sulla Terra registrate da ISS (International Space Station)

di Maurizio Giaffredo



*Cominciamo a parlare di luce ricordando gli eventi dei mesi già trascorsi e presentando gli appuntamenti da non perdere*

Il 2015 è già iniziato da un po' e molti forse ancora non sanno che siamo nell'*Anno Internazionale della Luce e delle Tecnologie Basate sulla Luce*. Protagonista indiscussa delle scoperte scientifiche di fine '800 e inizio '900 e ancor oggi oggetto di studi e di riflessioni, la luce è quindi al centro dell'attenzione ed è il tema dell'anno proposto dall'UNESCO e approvato da una risoluzione dell'ONU. Le iniziative che la riguardano giocano su quattro fronti diversi: quello scientifico, quello tecnologico, quello naturale e quello culturale. Esse danno quindi spazio alle tantissime sfaccettature del tema dell'anno, partendo da eventi per la promozione scientifica (in particolare presso i giovani), passando per l'arte, la letteratura e la religione senza scordarsi di temi oramai cruciali come il risparmio energetico, la riduzione dell'inquinamento luminoso e l'innovazione tecnologica. Quello che a un primo sguardo potrebbe sembrare un caotico guazzabuglio fa emergere invece un marea di interconnessioni tra i possibili modi di parlare di luce. I numerosissimi eventi organizzati in tutto il mondo presentano infatti due o più di questi elementi e mettono in risalto i collegamenti tra discipline apparentemente molto distanti.

In Italia, la promozione e il coordinamento delle iniziative sono affidati alla SIF (Società Italiana di Fisica). Gli eventi relativi ad astronomia ed astrofisica sono seguiti anche dall'INAF (Istituto Nazionale di Astrofisica) e dalla SAIt (Società Astronomica Italiana). Il calendario è – come sempre in queste occasioni – molto ricco. Vi propongo qui di seguito una selezione di eventi passati e futuri, secondo il mio personalissimo gusto. Vi invito a visitare la pagina sul sito della SIF www.sif.it/attivita/iyl2015 per avere accesso alla lista completa delle iniziative patrocinate in Italia.
Per cominciare, dal punto di vista culturale e scientifico, non è passata inosservata la manifestazione "Luci sullo stretto" al Palacultura di Messina, che ha visto una prima puntata il 30 marzo, seguita da altri due appuntamenti il 13 aprile e il 20 aprile dalle 10 alle 13. Si è dato molto spazio a interventi di chimici e fisici, ma anche alle immagini di un fotografo e a quelle di un pittore contemporaneo, come pure alle parole di uno scienziato della politica e a quelle di un religioso: una grande varietà di punti di vista sul tema.

INTERNATIONAL YEAR OF LIGHT 2015

Chi vive un po' più a Nord, si è potuto godere il ciclo di 6 conferenze dal titolo "Indiscienza: quo lux ducit", proposte presso l'aula Goldoniana del Collegio Ghislieri di Pavia. Si cominciava con "Scienza, arte e CoeLux: esperimenti sulla luce, da Dante Alighieri alla tecnologia moderna" (14 aprile, ore 18), una conferenza che partendo da riflessioni sulla luce negli scritti di Dante e passando per i dipinti di Van Gogh, è arrivata a toccare CoeLux, una tecnologia recentissima che consente la realizzazione di finestre artificiali che riproducono perfettamente la luce naturale. È seguita poi "Luce ed energia" (16 aprile, ore 18), dove si è potuto scoprire come la fisica spieghi il funzionamento dei LED, delle celle fotovoltaiche o di altre tecnologie fondamentali del risparmio energetico. Si è passati quindi a "Il laser: una brillante soluzione in cerca di un problema" (21 aprile, ore 18),

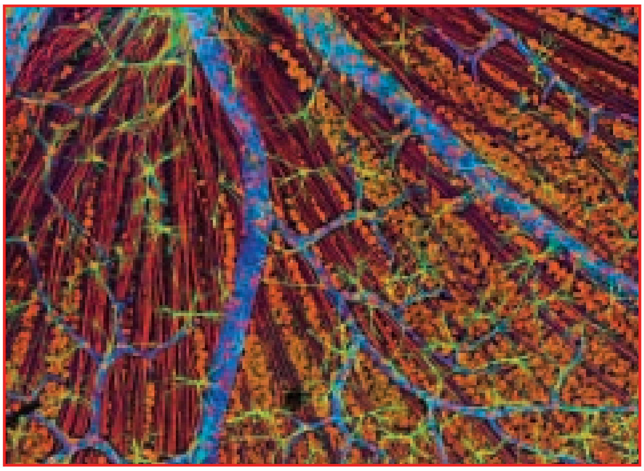
Aurora boreale

dove si è parlato dei principi di funzionamento dei laser e della miriade di applicazioni che ha oggi questa fortunata scoperta. L'intervento successivo, "Voli di fantasia" (28 aprile, ore 18), è stato un'esplorazione delle relazioni che intercorrono tra l'andamento dei mercati azionari, il volo di un'ape, le scosse di un terremoto e la diffusione di un raggio luminoso. In chiusura si è parlato del ruolo giocato dalla luce in alcuni ambiti delle scienze della vita, con due conferenze intitolate "Luce e vita" (30 aprile, ore 18) e "Gli orologi della vita: come funzionano e cosa succede quando li maltrattiamo" (5 maggio, ore 18).

Si è anche dato spazio all'arte e al design: a Milano, durante la settimana del design ("Milan Design Week", 14-19 aprile), era allestita la mostra temporanea "L. E. D. – Lighting Experience Design", che illustrava le potenzialità e i benefici dell'utilizzo dei LED e dell'illuminazione intelligente. Oltre a numerosi oggetti di design, erano proposte installazioni interattive a tema.

Segnalo poi "CIE GOLD – Global Open Lab Days", un'iniziativa di alcuni laboratori di ricerca che hanno aperto le loro porte per mostrare al pubblico come la luce si utilizzi per effettuare misurazioni ed esperimenti – oltre che sulla luce stessa – anche sulle radiazioni ottiche, con i laser, in astronomia ecc. Nel nostro Paese hanno partecipato "EGO" (9 maggio) presso Cascina (Pisa), dove si misurano le onde gravitazionali; "ENEA" (11 e 14 maggio) presso Ispra (Varese), dove si fa ricerca nell'ambito dell'efficienza dell'illuminazione e delle politiche energetiche; il "Laboratorio di Fotometria e Illuminotecnica"





Retina di topo

dell'Università degli Studi di Napoli (14 maggio); il laboratorio "UL" (15 maggio) di Burago (Monza Brianza), dove si studiano e si mettono a punto tecnologie d'illuminazione innovative ed efficienti dal punto di vista energetico.

Ma veniamo ora alle proposte future! La luce può essere davvero interpretata in mille modi, e persino il mondo delle bollicine ha da dire la propria: dal 15 giugno presso le cantine Bosca si terranno eventi artistici e musicali a tema. Interessante la *location* "Cattedrali Sotterranee" di Canelli (Asti), dove si producono spumanti d'eccellenza.
Dal 27 giugno al 3 settembre, presso Pontassieve (Firenze), si potrà accedere a "Luce!", un'esposizione di pitture ispirata alla luce in natura curata dagli artisti membri dell'associazione "Colori del Levante Fiorentino".
L'estate sarà però soprattutto all'insegna di lezioni, convegni, workshop, *summer school* e incontri per ricercatori e specialisti, così come fiere ed esposizioni per produttori e operatori dei vari settori. Iniziative di questo tipo sono numerosissime (vi invito a consultare le pagine web ufficiali per avere maggiori informazioni) e, pur essendo particolarmente concentrate nel periodo estivo, sono in realtà disseminate durante tutto l'anno. Di particolare interesse per espositori e visitatori amanti del tema sarà certamente "Illuminotronica", una grande fiera-convegno oramai rodata da qualche anno e in costante crescita, che si terrà a Padova dall'8 al 10 ottobre e durante la quale si potrà entrare in contatto con le ultime tecnologie nei campi dell'illuminazione a LED e della domotica.

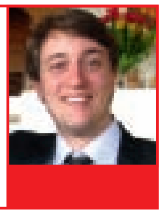


Laser

Gli appassionati di astronomia e astrofisica, che si saranno certamente già goduti l'eclissi del 20 marzo, avranno un'occasione imperdibile nella settimana che va dall'8 al 14 novembre: in tutta la Penisola sarà un fiorire di laboratori, conferenze e incontri pubblici sotto il nome comune di *Light in Astronomy*. Queste iniziative verranno curate delle strutture astronomiche distribuite sul territorio nazionale. In particolare, sono previste attività a Bologna, Milano, Torino, Padova, Trieste, Firenze, Roma, Napoli, Teramo, Palermo e Cagliari.

Ho qui proposto una serie di iniziative italiane, ma per chi ha la possibilità di viaggiare fuori dai confini nazionali le occasioni si moltiplicano. Per ulteriori informazioni e dettagli potete consultare la pagina ufficiale dell'*International Year of Light* all'indirizzo www.light2015.org/

**Maurizio Giaffredo**
È studente di Matematica presso l'Università degli Studi di Milano, appassionato di geometria e dintorni. Interessato, tra gli altri, anche agli aspetti divulgativi della *matematica*, collabora con il Centro matematita.
maurizio.giaffredo@gmail.com



# Fourier e le onde del destino...

di Eugenio Montefusco

*Due personaggi per questo articolo: i segnali e Jean Baptiste Joseph Fourier*



### Cominciamo dai segnali

Un segnale ondulatorio si dice *periodico* se si ripete dopo un certo lasso di tempo.
In termini matematici, a ogni segnale si può associare una legge $f(t)$ che a ogni istante $t$ fa corrispondere una qualche informazione numerica: se il segnale è periodico abbiamo che la funzione soddisfa la relazione $f(t) = f(t + T)$ per ogni istante $t$.
Il valore $T > 0$, che chiameremo *periodo*, è l'intervallo temporale dopo il quale il segnale comincia a ripetere quanto già detto.
Una funzione associata a un segnale periodico viene denominata *funzione periodica*.
Si osservi che una funzione di periodo T ha anche periodo 2T, 3T,... e via discorrendo: la funzione sen(t), per esempio, ha periodo $2\pi$, ma anche $4\pi$ o $24\pi$. Tuttavia, quando si parla di periodo di una funzione $f$ si intende il periodo minimo, cioè il più piccolo valore positivo T per cui vale $f(t) = f(t + T)$.

Esempi ragionevolmente semplici di funzioni periodiche sono le funzioni trigonometriche elementari; vale, infatti, $\text{sen}(t) = \text{sen}(t + 2\pi)$ e $\cos(t) = \cos(t + 2\pi)$ e quindi sen(t) e cos(t) sono due funzioni periodiche di periodo $2\pi$.
Si noti che, essendo

$$f(t) = \text{sen}(\omega t) = \text{sen}(\omega t + 2\pi) = \text{sen}(\omega(t + 2\pi/\omega)) = f(t + 2\pi/\omega),$$

la funzione $f(t) = \text{sen}(\omega t)$ ha periodo $2\pi/\omega$. In generale possiamo costruire funzioni di periodo qualsiasi scegliendo opportunamente il numero $\omega > 0$. L'inverso del periodo viene comunemente chiamato *frequenza* del segnale.

A questo punto possiamo introdurre il concetto di *polino-*

**Jean Baptiste Joseph Fourier**

(Auxerre 21 marzo 1768 Parigi 16 maggio 1830).
Orfano fin dal 1774, dopo aver studiato dai Benedettini e in una scuola militare, partecipò alla Rivoluzione francese, rischiando di essere ghigliottinato durante il periodo del Terrore. Successivamente entrò nella École Normale Supérieure, dove ebbe come docenti, tra gli altri, Joseph-Louis Lagrange e Pierre-Simon Laplace, al quale nel 1797 succedette nel ruolo di professore alla École Polytechnique.
Nel 1798 partecipò alla campagna d'Egitto guidata da Napoleone Bonaparte dove, in seguito, rimase per qualche anno svolgendo attività come diplomatico. Al suo ritorno in Francia, nel 1801, fu nominato da Napoleone prefetto dell'Isère. Fu quindi lì, nella città di Grenoble, che condusse quegli esperimenti sulla propagazione del calore che gli consentirono di modellizzare l'evoluzione della temperatura per mezzo di serie trigonometriche (le serie di Fourier appunto).
Questi lavori, pubblicati nel 1822 in *Teoria analitica del calore*, furono molto contestati, specialmente da Laplace e Lagrange, non per i contenuti ma perché le splendide idee non erano accompagnate da altrettanto rigore nelle dimostrazioni... Nel 1817, in piena Restaurazione, entrò a far parte del'Accademia delle Scienze, nonostante i suoi trascorsi rivoluzionari e le sue simpatie imperiali.

*mio trigonometrico*, che è semplicemente (per modo di dire!) una funzione definita nel seguente modo

$$p(t) = a_0 + a_1 \cos(t) + a_2 \cos(2t) + .... + a_k \cos(kt) + b_1 \operatorname{sen}(t) + b_2 \operatorname{sen}(2t) + ... + b_k \operatorname{sen}(kt),$$

dove $k$ è un numero naturale (cioè intero e positivo).
La funzione p(t) è definita dalla somma di un certo numero di funzioni trigonometriche (precisamente 2k + 1).
Tutto sommato è abbastanza intuitivo il fatto che la somma precedente è ancora una legge periodica. Inoltre, visto che il periodo delle funzioni trigonometriche è noto, dalle osservazioni precedenti segue l'uguaglianza $p(t) = p(t + 2\pi)$, cioè segue il fatto che i polinomi trigonometrici (come li abbiamo definiti) sono funzioni periodiche con periodo $2\pi$.

## E ora veniamo a Fourier

A grandi linee, egli si convince che ogni funzione periodica di periodo $2\pi$ può essere approssimata con un polinomio trigonometrico del tipo descritto precedentemente, purché $k$ sia un opportuno intero positivo e i coefficienti $a_k$ e $b_k$ (detti *coefficienti di Fourier*) siano scelti in maniera apposita. Nonostante Fourier fosse interessato al problema della diffusione del calore, la sua idea si applica allo studio dei più disparati problemi. Probabilmente, l'esempio più calzante consiste nel considerare una corda vibrante: le oscillazioni della corda producono un suono, la cui complessità dipende da molti fattori e che può essere decomposto in diverse armoniche, rappresentate dai termini del polinomio trigonometrico che approssima il segnale acustico prodotto. Questa idea si concretizza nella scelta delle funzioni trigonometriche come funzioni che descrivono le armoniche base del segnale e nella scelta dei loro coefficienti $a_k$ e $b_k$, che devono soddisfare alcune precise identità integrali.

Qual è il vantaggio del rappresentare segnali periodici tramite polinomi trigonometrici? Da un primo punto di vista, lavorare con polinomi trigonometrici "semplifica" molti calcoli e permette di lavorare meglio rispetto a generiche funzioni periodiche; inoltre, se cerchiamo una funzione che descriva un fenomeno o un segnale periodico, potremo subito cercare una soluzione in forma di polinomio trigonometrico, spostando quindi la ricerca verso il calcolo dei coefficienti di Fourier.

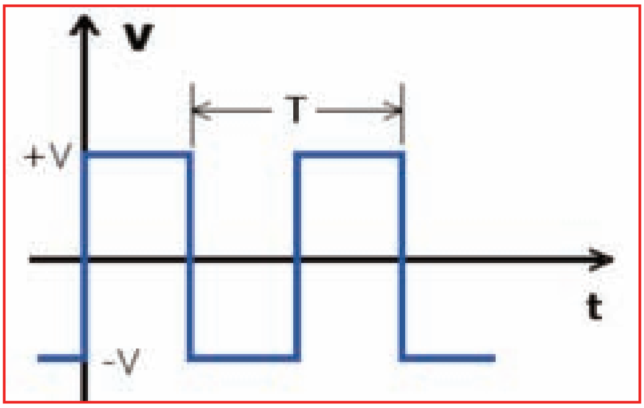



**Figura 1**

Per Illustrare i ragionamenti precedenti esaminiamo un caso molto particolare (anche se molto interessante). Si tratta delle onde quadre, un tipo di impulso molto usato nelle applicazioni elettrotecniche.

Un'onda quadra è descritta da una funzione con un grafico molto semplice, come si può vedere in Figura 1, in cui 2V è l'ampiezza dell'oscillazione e $T = 2\pi$ è il periodo del segnale.
In Figura 2 possiamo vedere il grafico di un'onda quadra e i polinomi trigonometrici che la approssimano, per diversi valori di k, cioè l'armonica fondamentale (vale a dire, il polinomio trigonometrico con k = 1), e i polinomi ottenuti sommando (rispettivamente) le prime 5 e le prime 11 armoniche.

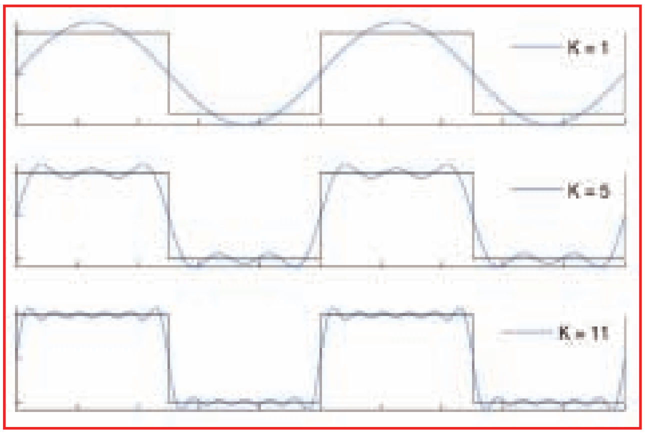



**Figura 2**

Questa serie di curve suggerisce che la bontà dell'approssimazione migliori al crescere del grado del polinomio trigonometrico, cioè dell'intero k. Ed effettivamente è così: si può provare che al tendere dell'intero k all'infinito, l'errore che si commette sostituendo il polinomio trigonometrico al segnale periodico tende a zero!
L'oggetto che si ottiene, mandando k all'infinito, si chiama *serie di Fourier*. Un teorema molto importante dimostra che due funzioni periodiche diverse hanno almeno un coefficiente di Fourier diverso e quindi che dai coefficienti si può ricostruire la funzione originaria!

Naturalmente, non abbiamo precisato (e nemmeno intendiamo farlo) in che senso l'errore diventi sempre più piccolo: per questa affermazione, rimandiamo a testi più qualificati il lettore interessato ad approfondire rigorosamente la matematica dell'analisi di Fourier.

**Per saperne di più**

**E.T. Bell, *I Grandi Matematici*, Biblioteca Universale Sansoni, 1991.**
**C.B. Boyer, *Storia della matematica*, Oscar Mondadori, 1990.**
**G.B. Folland, *Fourier Analysis and Its Applications*, Wadsworth & Brooks/Cole Books, 1992.**

**Eugenio Montefusco**
Ricercatore di Analisi Matematica presso la Sapienza Università di Roma, si occupa di equazioni alle derivate parziali e delle loro applicazioni in vari ambiti, fra cui anche la medicina.
montefus@mat.uniroma1.it

# Dualismo onda-particella

Università degli Studi di Milano - Centro "matematita"

di Marco Saltini

*Si può toccare un raggio di luce? Lo si può cavalcare, per farsi trasportare in giro per l'universo, per galassie lontane, viaggiando alla massima velocità fisicamente raggiungibile?*

La risposta a entrambe le domande è semplice: dipende. Dipende dalla natura della luce stessa, in quanto se fosse fatta di corpuscoli, di materia, allora la risposta sarebbe: sì. Diversamente, seguendo le indicazioni del senso comune che vogliono che la luce sia solo una forma di energia e in particolare un'onda, la risposta non può che essere negativa.

Nel corso della storia dell'umanità, questa domanda è stata posta parecchie volte e in numerose circostanze, con conseguenti diverse interpretazioni del fenomeno della luce. Si è passati così dalla teoria corpuscolare di Isaac Newton, cioè quella per cui la luce è formata da corpuscoli o particelle e quindi può essere toccata, alla teoria ondulatoria di Christian Huygens, secondo la quale invece la luce altro non è che un'onda, una radiazione. Se da un lato la teoria corpuscolare è migliore nello spiegare il fenomeno della riflessione, dall'altro la teoria ondulatoria è migliore nello spiegare il fenomeno della rifrazione. Inoltre, il fenomeno osservato con questo esperimento verrà ben spiegato anche da un punto di vista teorico sessantaquattro anni dopo dal fisico e matematico scozzese James Clerk Maxwell, attraverso le sue famose equazioni riguardanti l'elettromagnetismo. La luce è quindi solo una porzione dello spettro elettromagnetico, e il dilemma sulla sua natura sembra essere risolto. Sembra.

Con queste premesse, nel 1801, lo scienziato britannico Thomas Young riesce a ideare un esperimento in grado di stabilire una volta per tutte quale sia la natura della luce: corpuscolare e quindi formata da particelle oppure ondulatoria e quindi formata da onde. L'esperimento si basa su una sorgente luminosa che illumina uno schermo opaco, sul quale sono praticati due piccoli fori molto vicini tra di loro e in grado di essere attraversati dalla luce. In questo modo, la regione al di là dello schermo è come se fosse illuminata da due diverse sorgenti luminose,

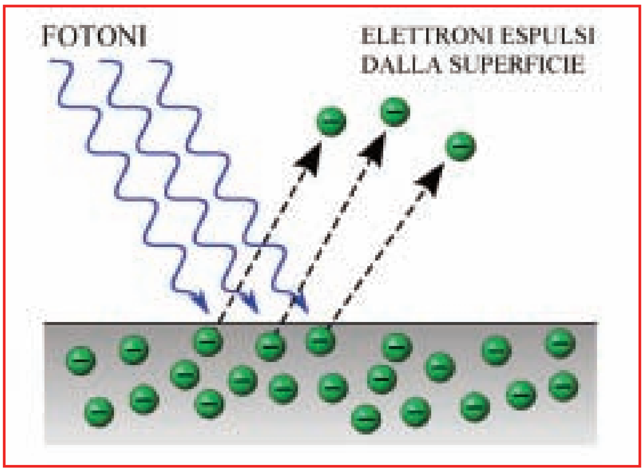



**Figura 1. Effetto fotoelettrico**

poste in corrispondenza tra di loro. Eseguendo l'esperimento, Young osserva come queste due "sorgenti" interagiscano tra di loro utilizzando una lastra fotografica, sulla quale rimangono impresse delle frange di interferenza tra le due sorgenti. Young trova così la prova sperimentale del fatto che la luce è un'onda, e tutto sembra andare a posto. Il dilemma sulla natura della luce sembra risolto. Sembra.

Agli inizi del '900 compare prepotentemente all'interno della comunità scientifica un fisico tedesco chiamato Albert Einstein. Nel 1905 (undici anni prima, quindi, della formulazione della più mediatica teoria della relatività generale) questo scienziato riesce a dare la corretta interpretazione teorica dell'effetto fotoelettrico, ossia di quel fenomeno per cui una superficie metallica, se colpita da radiazione elettromagnetica, emette elettroni. Einstein, con un'intuizione che gli varrà il premio Nobel per la Fisica, comprende che tale radiazione, la quale altri non è che la luce, è composta da fotoni che viaggiano con definite e discretizzate quantità di energia, i cosiddetti quanti, e in particolare che per ogni fotone sufficientemente energetico che incide sulla superficie metallica viene emesso uno e un solo elettrone. Di colpo, quindi, la luce è tornata ad avere una struttura particellare, le cui particelle sono appunto i fotoni. Tuttavia, nessuno può mettere in dubbio che le conclusioni a cui è arrivato Young siano corrette, e quindi l'unica spiegazione logica è che i fotoni vivano una sorta di *dualismo onda-particella*, ossia che siano sia onde che particelle, con queste due diverse caratteristiche che emergono in maniera differente a seconda di ciò che si sta osservando. Questa ipotesi, nota come "ipotesi di de Broglie" dal nome del fisico francese Louis de Broglie che per primo la sviluppò nel 1924, afferma in particolare che qualsiasi particella possa essere considerata come un'onda di materia, ossia che ogni particella abbia le stesse proprietà fisiche delle onde. Volendo quindi descrivere matematicamente il moto di una particella nello spazio, occorrerà associarle una funzione d'onda, grandezza attraverso la quale è possibile ricavare informazioni sulla posizione o sulla velocità della particella stessa.

### Thomas Young (1773-1829)

**La fama di questo scienziato britannico è dovuta principalmente ai risultati che ottenne nella fisica e in particolare nell'ambito dell'ottica. Young si distinse anche nella fisiologia, grazie alla prima descrizione dell'astigmatismo nel suo articolo "On the mechanics of the eye" nel 1801, e nell'egittologia grazie ad alcuni lavori riguardanti la decifrazione dei geroglifici questione sulla quale ha pubblicato numerose opere, tra cui *Hieroglyphics* (1823-1828).**



Negli anni successivi, partendo da questa premessa, il fisico tedesco Werner Karl Heisenberg e lo scienziato austriaco Erwin Schrödinger, formularono contemporaneamente ma indipendentemente l'uno dall'altro la teoria della meccanica quantistica, che valse a entrambi il premio Nobel per la fisica (1932 per il tedesco, 1933 per l'austriaco).

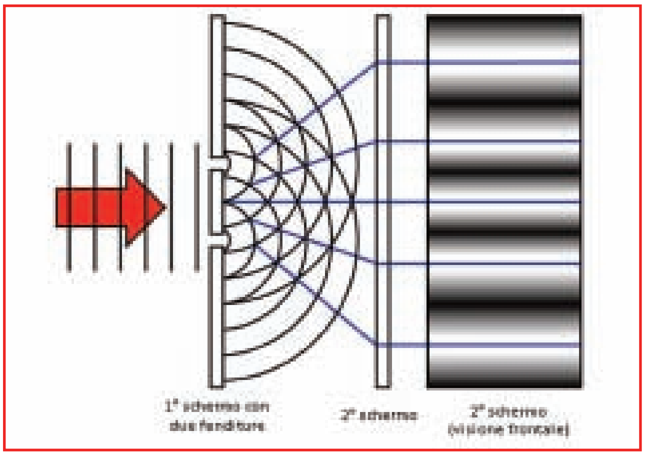



**Figura 2. Schema dell'esperimento della doppia fenditura**



Ora che la teoria è stata sistemata, è il momento di verificarla sperimentalmente, così come è necessario fare sempre quando si fa scienza. Tale verifica sperimentale si ottiene attraverso numerosi esperimenti (i cosiddetti esperimenti della doppia fenditura) eseguiti da un elevato numero di fisici sempre a cavallo fra gli anni venti e gli anni trenta, riprendendo in mano l'esperimento di Young.
In questo caso si utilizza lo stesso apparato di Young, ma con una sorgente di luce molto sensibile, in grado di emettere un fotone alla volta. Allora se si osserva la lastra fotografica dopo un tempo breve dall'inizio dell'esperimento, si notano tante piccole macchioline, poste in corrispondenza dei punti in cui i fotoni l'hanno impattata, prova della natura corpuscolare del fotone.
Se invece si osserva la lastra dopo un intervallo di tempo sufficientemente lungo, si torna a osservare la figura di interferenza, tipica di un'onda. In questo caso, inoltre, il fatto di inviare un fotone alla volta, suggerisce che l'in-

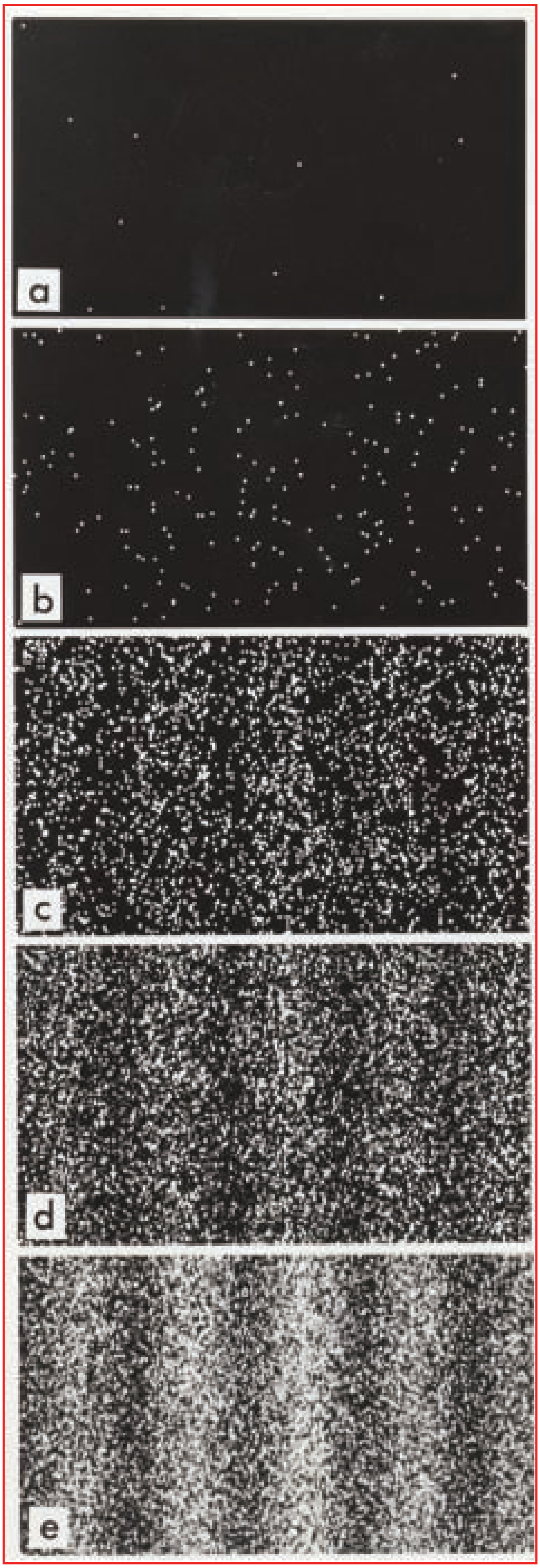


**Figura 3. Esperimento della doppia fenditura effettuato con elettroni. Le immagini sono prese dopo l'invio di 10 (a), 200 (b), 6000 (c), 40000 (d), 140000 (e) elettroni**

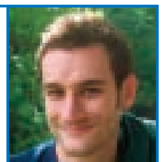
terferenza sia interna al fotone, ossia che il fotone interagisca con se stesso. In questo modo quindi si fuga ogni dubbio: la luce è un'onda, ma contemporaneamente è formata da particelle, e noi possiamo osservare un comportamento piuttosto che l'altro a seconda della misura che effettuiamo. Non siamo cioè in grado di osservare i due comportamenti in contemporanea, conclusione molto importante dovuta a un altro fisico, questa volta danese, chiamato Niels Bohr, con il suo principio di complementarità.

Le due frasi appena scritte qui sopra sono un riassunto conciso della meccanica quantistica, quella branca della fisica che si occupa delle interazioni tra le particelle microscopiche che formano la materia di cui è composto l'universo.
In parole povere, la meccanica quantistica afferma che i fotoni che compongono la luce si trovano in una sovrapposizione di stati, nella quale sono per una certa percentuale particelle e per una seconda percentuale onde. Osservare un fotone con una misura o un esperimento, significa far decadere a zero una delle due percentuali, e far salire al 100% l'altra.
Posta in questi termini, sembra qualcosa di particolarmente difficile da digerire, ma se invece di parlare di fotoni, di particelle, o di onde, si parlasse di un semplice lancio di moneta? La moneta viene lanciata e afferrata al volo dallo sperimentatore, che la tiene stretta nella sua mano chiusa. Allora, finché la mano resta chiusa, l'unica affermazione sensata è dire che in quel momento il lancio di moneta ha restituito al 50% testa e al 50% croce e che quindi la moneta si trova in un dualismo testa-croce. Solo aprendo la mano, lo sperimentatore potrà andare a verificare il risultato del lancio, facendo sì che esso sia al 100% testa, oppure al 100% croce.

È infine interessante notare come esperimenti della doppia fenditura vengano tuttora eseguiti, utilizzando particelle sempre più grosse e massive, dando sempre più prove a sostegno della meccanica quantistica, e in generale del dualismo onda-particella non solo nella luce, ma anche in tutte le altre particelle che compongono l'universo.

Quindi ogni volta che si guarda un film, che si legge un libro, si osserva un prato fiorito pieno di colori, si sta interagendo con qualcosa di molto particolare, qualcosa su cui si regge il mondo com'è conosciuto, qualcosa che si chiama fotone, che non ha una massa ma che a volte, se disturbato in un certo modo, è una particella. Qualcosa che altre volte, disturbato in maniera differente, è un'onda. Qualcosa che se invece viene lasciato in pace, è entrambe le cose, e permette a tutti noi di osservare la prima cosa che abbiamo visto nella nostra vita: la luce.

**Marco Saltini**
È un fisico teorico laureato presso l'Università degli Studi di Milano. Oltre alla sua passione per la fisica, è interessato agli aspetti divulgativi della scienza e della matematica, e ha spesso collaborato con il Centro "matematita".
marcosaltini26@gmail.com



MateScuola

# Il fotovoltaico e la ricerca

## Intervista a Angelo Monguzzi



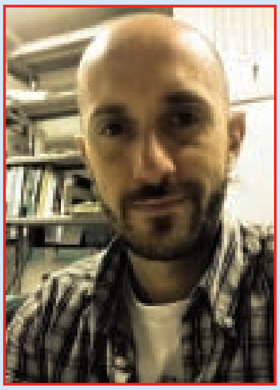
di Francesca Salogni

*L'energia che il Sole ci fornisce è gratuita e inesauribile, eppure il fotovoltaico non è ancora riuscito a soppiantare le energie tradizionali. Perché? A che cosa sono dovuti i problemi di efficienza dei comuni impianti fotovoltaici? Quali idee stanno emergendo per il futuro? Qui tentiamo di rispondere a queste domande con una intervista ad Angelo Monguzzi, assegnista di ricerca presso l'Università di Milano-Bicocca, dalla quale traiamo spunto anche per una semplice, ma significativa, esperienza da fare in classe*

**Angelo, oggi il tuo compito sarà raccontarci qualcosa della ricerca sul fotovoltaico. Da dove partiamo?**
Direi dalla definizione: i dispositivi fotovoltaici e fotocatalitici trasformano l'energia trasportata dalla luce in energia elettrica e chimica. È innanzitutto importante tener conto del tipo di luce che abbiamo a disposizione: lo spettro di frequenze emesso dal Sole è infinito, ma sulla Terra ne arriva solo una piccolissima parte, con un massimo dell'efficienza nella regione blu-verde del visibile.

**Efficienza... ho l'impressione che sia un punto focale. Possiamo chiarire subito da che cosa dipende?**
Dalla capacità del materiale di cui la cella solare è fatta, generalmente un semiconduttore, di assorbire fotoni e generare corrente elettrica. L'energia dei fotoni serve infatti per eccitare gli elettroni dalla banda di valenza alla banda di conduzione del semiconduttore, per creare la differenza di potenziale che serve a muovere la corrente di elettroni fotogenerati.
Un punto molto importante è che la differenza di energia tra la banda di valenza e quella di conduzione, detta *band gap*, è diversa in ogni semiconduttore. Di conseguenza, dispositivi diversi assorbono fotoni in diversi *range* di energie. Ad esempio, il silicio riflette i fotoni ultravioletti, assorbe bene i fotoni alle frequenze visibili, ma è trasparente per quelli infraros-

### Angelo Monguzzi



**Si è laureato in Fisica nel 2005 e ha conseguito il titolo di dottore di ricerca in Scienza dei Materiali nel 2008 presso l'Università degli Studi di Milano-Bicocca. La sua ricerca è incentrata sullo studio della fotofisica dei semiconduttori molecolari per applicazioni ottiche e optoelettroniche. Nel 2014 ha ricevuto il premio "F. Somaini Physics 2014" assegnato a giovani ricercatori dal Centro per la Cultura Scientifica "A. Volta" di Como e da Edison S.p.A per lo sviluppo di progetti internazionali.**

Figura 1. Dispositivo ottico per *up-conversion*

si poiché il gap del materiale è più ampio della loro energia. Ogni materiale ha dei limiti di efficienza intrinsechi nella sua capacità di assorbimento della radiazione luminosa.

**Quali strategie vengono usate per migliorare l'efficienza delle celle?**
Una prima possibilità è sintetizzare materiali in grado di assorbire fotoni infrarossi, che però rischiano di non dare un contributo significativo alla potenza generata dal dispositivo, poiché hanno energia troppo bassa. La mia attività di ricerca ha invece lo scopo di studiare meccanismi che modifichino lo spettro solare, trasformando fotoni con bassa energia in fotoni con alta energia (*up-conversion*), e viceversa (*down-conversion*), in modo da rientrare nel range di funzionamento del materiale con cui è costruita la cella. Oltre che sulle celle fotovoltaiche vorremmo applicare questi processi anche alle celle fotocatalitiche per la produzione di idrogeno.

**Interessante! Come funzionano le celle a idrogeno?**
Si tratta di dispositivi in cui il semiconduttore viene posto in una soluzione acquosa. Qui l'energia luminosa assorbita serve a catalizzare l'elettrolisi dell'acqua. Si tratta di un metodo molto pulito per produrre idrogeno, uno dei potenziali carburanti del futuro. Poiché l'elettrolisi richiede energie elevate, queste celle funzionano solo assorbendo la radiazione ultravioletta e parte del blu, in totale circa il 3% dell'emissione solare. Per rendere più efficienti questi dispositivi è dunque importante up-convertire i fotoni a bassa energia.

**Bene, ma... come si converte l'energia di un fotone?**
Iniziamo dalla down-conversion, che sfrutta i tradizionali processi di emissione di fotoni. Quando un materiale assorbe un fotone, parte dell'energia raccolta viene dissipata termicamente, per cui il fotone ri-emesso ha un'energia inferiore a quella dell'assorbito. Si tratta quindi di collocare davanti alla cella un materiale otticamente attivo in grado di assorbire i fotoni ad alta energia che il dispositivo non raccoglierebbe in maniera efficiente e di riemetterli ad un'energia più bassa, che possa essere assorbita dalla cella. È cruciale accoppiare otticamente i materiali e studiare ogni interfaccia, perché lì avvengono i fenomeni di dissipazione più significativi: parte della luce viene riflessa, se la rifrazione non è perfetta la luce viene diffusa e dunque viene persa, e così via.

**Ci descrivi una situazione concreta? Ad esempio, quale down-converter si addice alle celle in silicio?**
Un metodo efficace è cospargere sulle celle una vernice polimerica contenente un colorante in grado di down-convertire l'ultravioletto, che il silicio non può assorbire. Un dispositivo più avanzato è il concentratore solare, costituito da una lastra colorata di plexiglass ai cui bordi sono collocate le celle solari. La luce down-convertita emessa dal colorante rimane intrappolata al suo interno e, per effetto guida d'onda, viene trasportata ai bordi, dove viene catturata dalle celle.

**Quindi la down-conversion agisce prima che la luce giunga alla cella solare. E la up-conversion?**
L'up-conversion agisce dietro alla cella solare, recuperando quei fotoni che non sono stati assorbiti, combinandoli fra loro per ottenere fotoni con energia maggiore e restituendoli alla cella. È in generale un processo meno probabile della down-conversion, che è entropicamente favorita, poiché è un fenomeno che coinvolge più particelle allo stesso tempo. Ad esempio, per generare un fotone blu servono almeno due fotoni rossi.

**Questo sembra magia... Due fotoni rossi che si trasformano in uno blu!**
Sembra... in realtà è un processo sofisticato, che può avvenire tramite meccanismi differenti. Per esempio, alcuni materiali interagiscono con la radiazione elettromagnetica in maniera non-lineare. Così, quando due fotoni rossi colpiscono il materiale, essi vengono effettivamente combinati in modo da generare un fotone con energia doppia di quella iniziale.
Invece, nell'assorbimento multi-fotone, i due fotoni a bassa energia rossi vengono assorbiti in modo consequenziale. Più precisamente, l'assorbimento del primo fotone fa sì che il materiale passi a uno stato eccitato. Se prima che tale stato decada si fornisce un altro fotone, il materiale passa a un successivo stato eccitato con energia maggiore. Il decadimento di questo stato avviene poi con l'emissione di un unico fotone ad alta energia.

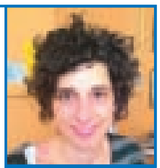
**Questione di cogliere l'attimo... Non sembra certo banale.**
Esatto. Il vero problema è che il meccanismo si basa sul fatto che lo stato eccitato intermedio sopravviva fino all'arrivo del secondo fotone. Per questo motivo, la probabilità di diseccitarsi verso lo stato fondamentale deve essere molto bassa. Purtroppo questo implica che anche la probabilità di creazione dello stato intermedio sia molto bassa, per cui la capacità di assorbimento del materiale è necessariamente ridotta. Assorbire energia costa a questi sistemi molta fatica. Qui nel dipartimento di Scienza dei Materiali otteniamo alte efficienze di up-conversion sfruttando un meccanismo di annichilazione tra stati elettronici eccitati, che si fondono per generarne uno ad energia maggiore.

**Anche questo evento sembra dipendere da più condizioni.**
Già, anche questi stati devono vivere a lungo per annichilire, dunque non possono essere creati attraverso l'assorbimento diretto della radiazione solare. Il problema si risolve utilizzando un materiale composto da due molecole diverse. La prima svolge il ruolo di sensibilizzatore, o raccoglitore di luce: assorbe efficientemente i fotoni solari e trasferisce l'energia assorbita all'altra molecola, creando una popolazione di stati pronti per l'annichilazione. L'intero processo è dunque costi-

tuito da diverse fasi: l'assorbimento della radiazione elettromagnetica, il trasferimento di energia dal sensibilizzatore all'annichilatore, l'annichilazione stessa e infine l'emissione di un fotone ad alta energia. Siamo riusciti a ottenere efficienza pressoché massima per ognuno di questi passaggi, quindi l'intero meccanismo ha quasi l'efficienza massima che i processi di up-conversion possono avere.

**Grazie Angelo, davvero interessante!**

**Francesca Salogni**
Si è laureata in Matematica nel dicembre 2008. Ha conseguito il dottorato di ricerca in Matematica Pura e Applicata presso l'Università di Milano-Bicocca con una tesi in analisi armonica e teoria degli operatori. Attualmente insegna nella scuola secondaria di primo grado.
salogni.francesca@gmail.com



## Le celle solari: un'esperienza da fare a scuola per riuscire ad apprezzare i risultati di conversione.

Le celle solari per la produzione di energia fotovoltaica sono basate sull'utilizzo di un semiconduttore, un materiale in grado di diventare conduttore se sottoposto a uno stimolo energetico, in questo caso l'assorbimento della radiazione elettromagnetica emessa dal Sole.

Le ragioni per cui ciò accade sono spiegate dalla struttura atomica del materiale. Esso è costituito da atomi che si legano l'uno all'altro tramite legami covalenti per raggiungere una configurazione energetica più stabile attraverso la formazione di un reticolo cristallino. Gli elettroni nel reticolo possono assumere solo determinati valori di energia, definendo così una struttura a bande energetiche permesse e proibite. La *banda di valenza* è l'ultima banda riempita dagli elettroni che formano i legami covalenti in condizioni normali, e la differenza di energia fra la banda di valenza e la successiva banda permessa è detta *band gap*. Fornendo al materiale la giusta quantità di energia, è possibile che un elettrone passi alla banda superiore, dove è in grado di muoversi trasportando la propria carica. Per questa ragione tale banda prende il nome di *banda di conduzione*.

Nei conduttori, ad esempio nei metalli, la banda di conduzione è sempre parzialmente riempita. Nei materiali isolanti il band gap è molto elevato, per cui è necessaria una grande quantità di energia per far sì che un elettrone passi alla banda di conduzione. Nei semiconduttori, invece, il band gap è limitato, per cui si può facilmente trasportare un elettrone nella banda di conduzione tramite l'assorbimento dell'energia di un fotone solare. L'elettrone eccitato lascia una "buca" di carica positiva nella banda di valenza. Di conseguenza nel materiale si crea una tensione, che viene usata per trasportare gli elettroni foto-generati in un qualunque circuito elettrico connesso con il semiconduttore.

### LE CELLE SOLARI AL SILICIO

Le celle fotovoltaiche più comuni sfruttano come semiconduttore il silicio. In accordo con il modello atomico di Rutherford, il silicio ha 4 elettroni nell'orbitale atomico più esterno. Sono questi gli elettroni che formano legami covalenti con altri atomi di silicio e, se eccitati, saltano dalla banda di valenza a quella di conduzione. Questo processo viene agevolato *drogando* il silicio con portatori di carica di segno diverso, per aumentare la capacità del materiale di generare carica. Il drogaggio consiste nel sostituire alcuni atomi di silicio nel reticolo con atomi di boro e fosforo, aventi rispettivamente 3 e 5 elettroni di valenza. L'atomo di fosforo forma 4 legami covalenti con gli atomi di silicio circostanti, lasciando uno dei suoi elettroni libero di muoversi. L'atomo di boro, invece, potendo formare solo 3 legami covalenti, tenderà ad attrarre un altro elettrone, favorendo la creazione di una buca positiva vicino all'atomo da cui l'elettrone si è staccato (Fig. 2).

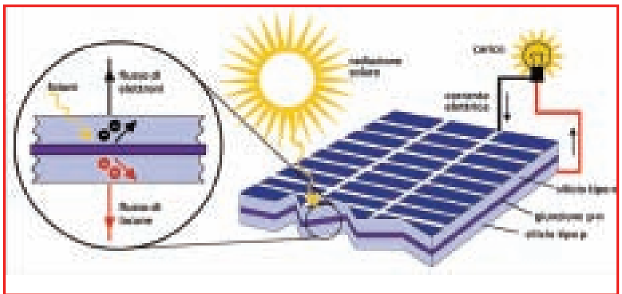


**Figura 2. Celle solari al Silicio (www.pls.scienzamateriali.unimib.it)**

### DA CHE COSA DIPENDE IL FUNZIONAMENTO DI UNA CELLA SOLARE?

Una serie di semplici esperimenti mostra come l'efficienza di foto-conversione di una cella solare dipenda da diversi fattori. È necessario disporre di un multimetro per misurare la tensione e l'intensità della corrente elettrica prodotta, e di una lampadina di cui si conosca lo spettro di emissione.

#### Effetti ottici

L'energia elettrica generata dalla cella dipende dall'intensità della luce incidente, cioè dalla potenza per unità di superficie che raggiunge il semiconduttore. Per verificare questo effetto si può misurare l'intensità di corrente generata dalla lampadina in funzione della sua distanza dalla cella. Il valore di corrente dipenderà dall'inverso del quadrato della distanza tra la lampadina, che è una sorgente isotropa di luce nello spazio, e la cella. Per questo motivo la densità di fotoni che raggiunge la cella varia come l'angolo solido che sottende l'area del dispositivo in funzione della distanza dalla sorgente.
Da qui si può prendere spunto per un riflessione sul possibile utilizzo di concentratori ottici allo scopo di raccogliere la luce diffusa nella ambiente. È sufficiente interporre una lente fra la lampadina e la cella solare, ponendola in

modo che la lampadina si trovi nel suo fuoco. In questo modo la lente collima la luce generata dalla lampadina, rendendo piano il fronte d'onda di propagazione della luce. La cella viene così colpita sempre con la stessa intensità, indipendentemente dalla distanza. Il numero di fotoni raccolti per unità di superficie diventa quindi costante e la corrente prodotta indipendente dalla distanza tra sorgente e dispositivo.

**La risposta spettrale**

Ciascun materiale assorbe e converte in carica con efficienza differente i fotoni che posseggono energie differenti. Interponendo tra il dispositivo e la sorgente una serie di filtri trasparenti colorati (Fig. 3) è possibile osservare

**Figura 3. Filtri trasparenti colorati**

come cambia l'intensità della corrente prodotta a seconda della lunghezza d'onda, cioè del colore, della luce trasmessa e quindi potenzialmente assorbita dal dispositivo. È sufficiente raccogliere pochi dati in una tabella per riuscire ad apprezzare l'importanza dei processi di manipolazione dello spettro. Non servono inoltre strumenti sofisticati per farsi un'idea dell'energia persa nel caso la cella non sia in grado di assorbire e convertire allo stesso modo tutti i fotoni solari. Il flusso energetico incidente sulla cella solare per unità di area è infatti pari all'area sottesa dal grafico

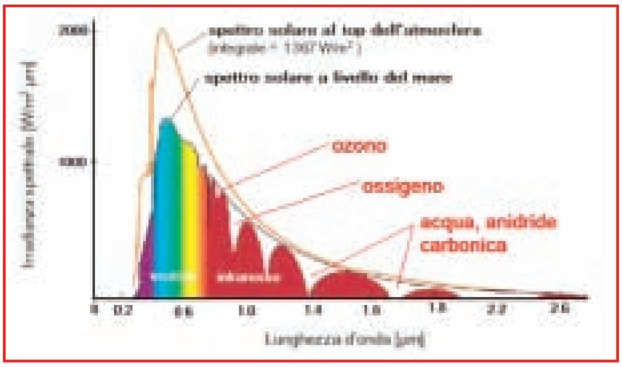



**Figura 4. Spettro solare (www.pls.scienzamateriali.unimib.it)**

dello spettro solare nel piano avente sulle ascisse i valori delle lunghezza d'onda e sulle ordinate i corrispondenti valori dell'irradianza, cioè della potenza radiante per unità di superficie e di lunghezza d'onda (Fig. 4). Per sapere quanti fotoni corrispondono a ciascun colore è necessario trasformare i dati in ordinata secondo l'equazione

$$\#ph\ (\lambda) = \text{irradianza}\ (\lambda)\ /\ [E(\lambda)],$$

dove $E(\lambda)$ è l'energia di un fotone avente lunghezza d'onda $\lambda$, a sua volta data da $E(\lambda) = hc/\lambda$.

Per calcolare i fotoni persi a causa del mancato assorbimento della luce di un determinato colore, basta calcolare l'area della regione dello spettro corrispondente, ad esempio approssimandola tramite sottorettangoli o soprarettangoli. Conoscendo l'energia trasportata da ciascun fotone del colore considerato, è infine possibile calcolare l'energia solare persa.

Le celle solari per la produzione di energia fotovoltaica sono basate sull'utilizzo di un semiconduttore, un materiale in grado di diventare conduttore se sottoposto ad uno stimolo energetico, in questo caso l'assorbimento della radiazione elettromagnetica emessa dal Sole.

**UN'ESPERIENZA MOLTO PARTICOLARE**

L'esperienza appena descritta può essere svolta con una qualunque fra le celle solari in commercio, anzi, confrontare i risultati ottenuti con celle solari che sfruttano semiconduttori diversi può essere molto interessante. I più temerari, inoltre, potranno prendere spunto dalle attività del Piano Lauree Scientifiche per la scienza dei materiali (www.pls.scienzamateriali.unimib.it). Potranno quindi ad esempio costruire una vera e propria cella solare di Graetzel, particolarmente interessante perché in essa l'assorbimento della luce e il trasporto delle cariche (elettroni o buche) vengono svolti da componenti diversi. Esattamente come nella fotosintesi clorofilliana, infatti, la luce viene assorbita da un colorante che, eccitato, passa un elettrone a un materiale conduttivo in grado di trasportarlo fino all'elettrodo. Il colorante, caricato ora positivamente, accetta un elettrone da un'apposita soluzione elettrolitica che, infine, trasporta la carica positiva fino all'anodo (Fig. 5). Ogni componente è scelto in modo da ottimizzare il funzionamento della cella. Chi volesse scoprire tutti i dettagli, può leggere il resoconto dell'intera esperienza all'indirizzo www.pls.scienzamateriali.unimib.it/tematica/materiali-per-lenergia/dispense-materiali-per-lenergia/dispensa-celle-di-graetzel-1

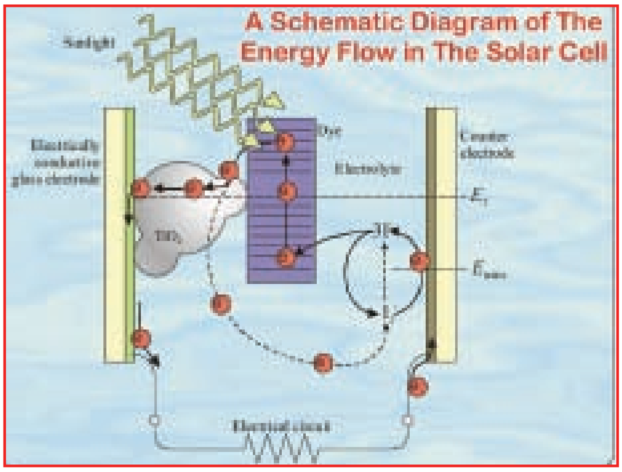



**Figura 5. Cella solare di Graetzel (www.pls.scienzamateriali.unimib.it)**

# Luci dal cielo

di Antonella Testa



Nel cuore di Milano c'è un piccolo museo che testimonia oltre due secoli di storia in cui la luce è stata protagonista. In soli 200 $m^2$, il Museo Astronomico di Brera mostra al visitatore un'ottantina di strumenti di fisica e astronomia dell'Osservatorio Astronomico di Brera e dell'Università degli Studi di Milano, a partire dalla II metà del 1700.
Per secoli destinato a convento – prima dell'Ordine degli Umiliati e poi dei Gesuiti – in pochi decenni tra la II metà del Settecento e l'inizio dell'Ottocento, Palazzo Brera accoglierà la fondazione di molte istituzioni: oltre all'Osservatorio la Pinacoteca, la Biblioteca Nazionale Braidense, l'Accademia delle Belle Arti, l'Orto Botanico e l'adiacente Istituto Lombardo-Accademia di Scienze e Lettere. È la realizzazione di un ambizioso progetto, voluto dall'allora governo austriaco, che rese il luogo un vero cuore pulsante. Un punto di riferimento culturale, scientifico ed educativo di alto livello per la città, dato che Milano avrebbe avuto le sue prime università solo un secolo e oltre più tardi, il Politecnico dal 1863 e l'Università degli Studi di Milano dal 1924.
Per lo più, i visitatori conoscono oggi Palazzo Brera come sede della Pinacoteca; spesso scoprono per caso il Museo Astronomico, esplorando il Palazzo e salendo quelle due rampe di scale che portano agli antichi strumenti, nel settore posteriore del complesso braidense.
All'ingresso incontrano i primi strumenti usati dagli astronomi dopo la fondazione dell'Osservatorio (1764). In quel tempo, a Brera come in tutta Europa, i Gesuiti avevano iniziato a interessarsi alle scienze, accanto alla tradizionale dedizione alle discipline umanistiche e da qualche anno regolari osservazioni astronomiche.
Privi di formazione scientifica, i letterati Giuseppe Bovio e Domenico Gerra scrutavano il cielo da appassionati osservatori (oggi diremmo astrofili). Con strumenti rudimentali, in una notte di febbraio del 1760, avevano avvistato una sorgente luminosa mai prima osservata da alcuno. Avevano scoperto una cometa! La risonanza dell'evento fu enorme e accelerò la fondazione dell'Osservatorio, la più antica istituzione scientifica di Milano. Un'inattesa luce apparsa nel cielo aveva contribuito a favorire la nascita di un ente di ricerca!

**I primi strumenti all'ingresso del Museo astronomico. In primo piano a destra il telescopio rifrattore Dollond (1775-78). A sinistra il busto di Ruggero Boscovich (1711-1787)**

Con la fondazione giunsero a Brera astronomi di professione; in primis Ruggero Boscovich che, da figura eclettica qual era, sapeva di matematica, astronomia, geodesia e aveva progettato l'Osservatorio con una sala ottagonale per le osservazioni. Furono acquisiti strumenti, testi scientifici e quanto era necessario a svolgere un'attività scientifica degna.
Con quegli strumenti si praticava la cosiddetta astronomia di posizione. Il Telescopio rifrattore di Dollond era collocato a uno dei finestroni della sala ottagonale che guardava al settore di cielo da indagare. Veniva puntato verso gli astri con l'obiettivo di determinare la posizione delle stelle, apparen-

temente "fisse" sulla volta celeste, per compilare i cataloghi stellari. Oppure si osservavano gli oggetti in movimento, come pianeti e comete, per determinarne l'orbita.
Analoghi strumenti si trovano in altri Osservatori del tempo, ad esempio nel celebre Greenwich (noto per il passaggio del meridiano fondamentale), perché l'astronomia era materia di pochissimi che, pur senza i mezzi di oggi, condividevano le esperienze scientifiche con continui scambi epistolari e si rifornivano dagli stessi, pochi, costruttori.
Nel 1781, da una di queste corrispondenze, gli astronomi di Brera Francesco Reggio, Angelo De Cesaris e Barnaba Oriani (succeduto a Boscovich alla direzione) avevano appreso che l'astronomo William Herschel aveva scoperto un singolare punto luminoso nel cielo, forse una cometa. Le lunghe e metodiche osservazioni che Oriani decise di dedicare a questa luce contribuirono in modo decisivo a identificarlo come un nuovo pianeta: Urano.
Per le grandi dimensioni, lo strumento utilizzato, il settore equatoriale di Sisson, non ha potuto trovare posto al Museo Astronomico e, come altri oggetti della collezione, è esposto al Museo Nazionale della Scienza e della Tecnologia "Leonardo da Vinci", a Milano, nell'area spazio e astronomia.
Per queste e molte altre attività (cartografiche, meteorologiche, ...) l'Osservatorio di Brera si collocò rapidamente ai massimi livelli in Europa, al pari di quelli di Greenwich, Parigi, San Pietroburgo, ecc.
L'astronomia di posizione, o meccanica celeste, fu a lungo l'attività principale degli astronomi. Per rispondere a domande più profonde, quali la natura della luce che si osserva, si dovrà aspettare la II metà dell'800 quando lo sviluppo della strumentazione e la maturazione di nuove idee aprirono le porte a un modo nuovo di studiare i corpi celesti, l'astrofisica.
Lo spettroscopio di Poggiali è un testimone di questa fase. Intorno al 1860 le osservazioni sullo spettro della luce solare svolte da Bunsen e Kirchhoff, avevano permesso di comprendere che l'atmosfera del Sole contiene sodio. Da quel momento risultò via via più chiaro che lo spettro della luce osservata - ovvero l'indagine di tutte le componenti di lunghezza d'onda della luce - forniva informazioni fisiche sull'astro, alla stregua di una carta d'identità. Di lì ai decenni a venire la spettroscopia sarebbe stata la chiave di volta per ottenere classificazioni delle stelle sempre più raffinate, sulla base del colore e poi della temperatura superficiale (in uso ancora oggi), nonché informazioni sulla nascita, vita e morte delle stelle. L'astronomo non si accontenterà più di conoscere la posizione degli astri, ma potrà indagarne la natura e lo stato evolutivo.
A onor del vero a Brera gli spettroscopi non furono usati molto. Se l'Italia può vantare in Angelo Secchi uno dei pionieri della spettroscopia e dell'astrofisica stellare, la tradizione dell'astronomia di posizione era molto forte. Il terreno su cui nuovi approcci osservativi potevano posare non era, in altre parole, così favorevole. D'altra parte la spettroscopia non ha sostituito la meccanica celeste ma le si è affiancata, seppure in modo prorompente, come un altro filone di indagine del cielo.
L'approccio classico, poi, ha continuato a dare molti frutti. Nell'aprile 1861 Giovanni Virginio Schiaparelli, da pochi mesi direttore a Brera, avvistò una nuova luce in cielo, identificandola in un nuovo pianetino chiamato Esperia (in greco Italia) per onorare l'unità del paese appena costituito. Contestualmente, la particolare periodicità con cui si presenta-

**Un altro scorcio degli strumenti esposti. Il secondo da destra è lo spettroscopio del Poggiali (1865). Più sopra il busto di Barnaba Oriani (1752-1832)**

vano le stelle cadenti l'aveva indotto a formulare una nuova ipotesi sulla loro natura. Di quelle fugaci luci nel cielo, osservabili senza alcuna strumentazione, non si conosceva ancora l'origine: nei secoli, si erano avvicendate le ipotesi più bizzarre, dall'inspiegabile fenomeno atmosferico alla punizione divina.
Schiaparelli dimostrò che le orbite delle stelle cadenti sono compatibili con alcune orbite planetarie potendo dedurre che si tratta di frammenti cometari dispersi nello spazio del Sistema Solare a seguito dei passaggi delle comete stesse.
Da metodico osservatore, inoltre, si dedicò a lungo alle stelle doppie, catalogandone migliaia. Per il suo lavoro, grazie all'autorevolezza scientifica che si era conquistato, aveva ottenuto l'acquisto di un nuovo telescopio rifrattore di 22 cm di diametro, uno dei primi atti ufficiali del neonato stato italiano, nel novembre 1862.
Lo strumento è stato oggetto di un lungo e attento restauro conservativo e funzionale. Nel 1998 è stato ricollocato nella cupola all'epoca costruita per accoglierlo, anch'essa restaurata, che si trova sui tetti di Palazzo Brera, alcune rampe di scale più sopra rispetto alla galleria degli strumenti.
La sempre maggiore sensibilità e le dimensioni degli strumenti avevano imposto grandi cambiamenti. La cupola ottagonale a finestre e l'uso di strumenti mobili avevano lasciato il passo a una struttura a telescopio fisso e con un'unica apertura nella parte superiore della cupola, orientabile in qualunque direzione del cielo grazie a una ghiera rotante.

Legato a questo strumento è il capitolo più appassionante della storia di cui stiamo parlando. In una notte d'estate del 1877, non potendo osservare le stelle doppie a causa dell'instabilità atmosferica, Schiaparelli puntò lo strumento verso Marte, del tutto casualmente. Gli si aprì un mondo nuovo: lo strumento si rivelò molto adatto all'osservazione planetaria e iniziò una regolare serie di osservazioni con cui determinò le caratteristiche superficiali del pianeta. Giunse a mappe sempre più perfezionate, con scientifica dovizia di dettagli e una nomenclatura ancora oggi in uso, che l'hanno consacrato il fondatore della moderna planetologia e il secondo

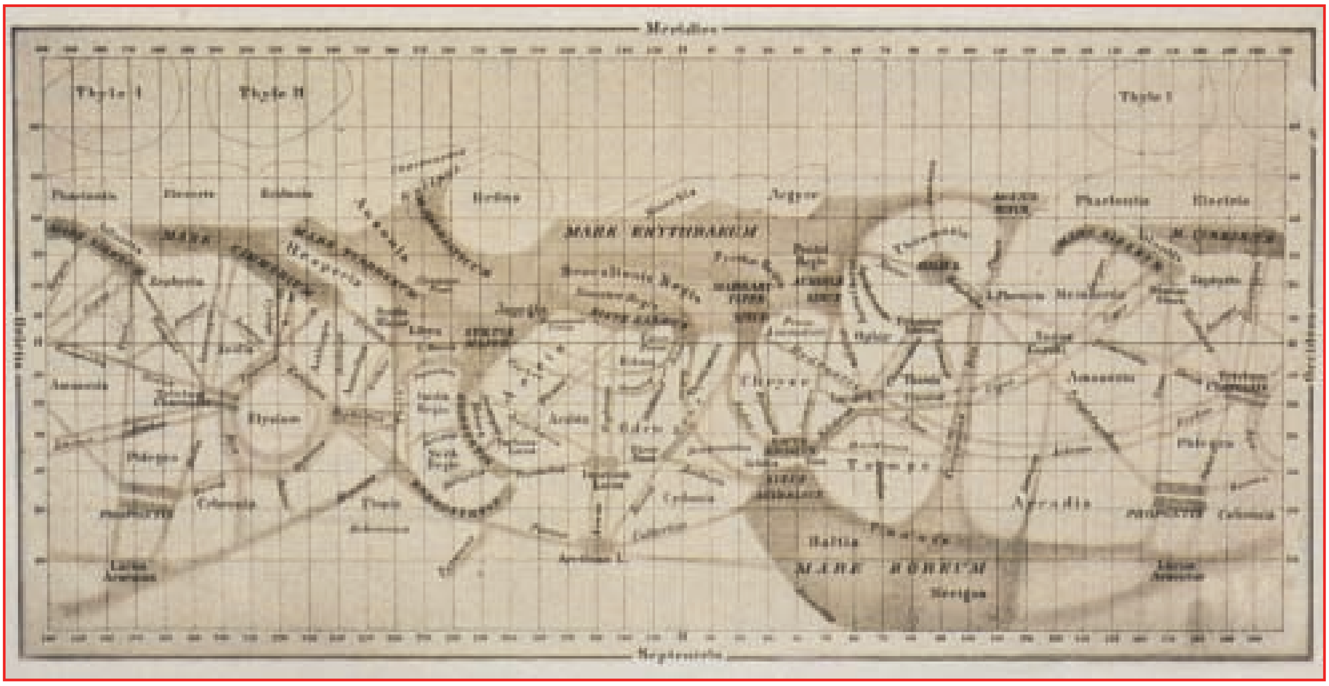
astronomo italiano più celebre, dopo Galileo. Quello strumento divenne uno dei più importanti della storia dell'astronomia!
Su Marte, Schiaparelli osservò anche una curiosa serie di fitte linee oscure, dette canali, la cui regolarità alimentò l'azzardata ipotesi che potesse trattarsi di strutture non naturali. Complici vari fattori, si diffuse l'idea che potessero essere stati costruiti da un'ipotetica popolazione estinta (i marziani!), per portare l'acqua dalle zone polari del pianeta verso le aree più depresse. All'osservazione da Terra, Marte mostrava analogie con il nostro pianeta, i canali erano osservati da molti astronomi nel mondo e l'ipotesi si diffuse ben oltre i confini scientifici. Anche Schiaparelli, in due articoli divulgativi, fantasticò sull'idea, ma non sappiamo se ci credesse davvero. La sua autorevolezza scientifica, tuttavia, non fu incrinata, nemmeno quando, ai primi del '900, la maggior sensibilità degli strumenti portò l'italiano Vincenzo Cerulli a dimostrare che si trattava di effetti ottici dovuti alla combinazione dei limiti osservativi strumentali con quelli dell'occhio umano.
Da allora molto è cambiato. L'osservazione della luce degli astri direttamente con gli occhi (soggettiva e non immagazzinabile) è stata sostituita da acquisizioni strumentali che consentono di ottenere dati oggettivi e di registrarli per la riduzione e l'interpretazione.

**Il telescopio rifrattore Merz (1863-1865) ricollocato nella cupola originaria dopo il restauro**

### Per saperne di più

**Il Museo è frutto del recupero e valorizzazione di un patrimonio storico-scientifico che rischiava la dispersione, ad opera degli storici della fisica dell'Università di Milano. La storia e il catalogo degli strumenti sono pubblicati in A.A.VV. e Buccellati, Graziella (a cura di), *I cieli di Brera: da Tolomeo a Balla* Milano, Università degli Studi di Milano/Hoepli, 2000.**
**Informazioni sugli strumenti e un po' di storia sono anche disponibili on-line su:**
www.brera.unimi.it e http://www.brera.inaf.it

Si potrebbe pensare che abbiamo perduto il fascino dell'osservazione diretta del cielo, ma dai tempi di Schiaparelli nuove idee, tecnologie e strumenti ci permettono di ottenere un'incredibile quantità di informazioni da altre forme di luce emessa dagli astri, oltre il visibile. Ultravioletti, raggi X e gamma, microonde, ... sono un'appassionante varietà di luci che nemmeno la più ardita fantasia dei tempi avrebbe immaginato di scoprire.




**Una delle mappe di Marte redatte da Giovanni Virginio Schiaparelli (1835-1910) durante l'opposizione del 1883-84**

Rileggiamoli

# Colori e illusioni ottiche



di G. Sarcone e M.-J. Waeber

*E luce fu... Svelando le innumerevoli ombre del mondo e una miriade di colori. Ombre e colori strettamente legati fra loro da un'origine comune: senza luce, non ci sarebbe ombra e non ci sarebbero colori. Ma che cosa sappiamo sul colore?*

Il colore è energia: un fenomeno elettromagnetico che dipende dal modo in cui la luce si riflette sulle cose. Ogni oggetto assorbe alcune parti della luce che lo colpisce, facendo "rimbalzare" la luce residua ai nostri occhi, e il nostro sistema visivo la interpreta come un colore particolare. Non è quindi sorprendente che la parola "colore" sia legata alla parola latina "celare", che significa nascondere, coprire. Il colore è già in se stesso un'illusione, un fantasma che si anima solamente all'interno del nostro sistema visivo, quando la luce stimola i fotorecettori – le antenne che captano i segnali luminosi – che rivestono il fondo dei nostri occhi. Perché in realtà il mondo intorno a noi è tristemente monocromo!
Il colore è dunque un'illusione della fisica, perché è simultaneamente poesia e trigonometria! Proprio come le parole hanno un significato solo in una frase, così i colori esprimono il loro potere evocativo e le loro caratteristiche quando vengono abbinati con altri colori (in natura, non esistono colori "isolati"). Noi sappiamo che una parola può avere un significato differente a seconda del contesto; lo stesso fenomeno si produce con i colori. Tutto ciò può sembrare assurdo, ma l'ambiente influisce enormemente sulla nostra percezione dei colori. Perché il nostro cervello interpreta ciò che percepisce in dipendenza dal contesto e da alcuni suggerimenti visivi.
Sulla retina sono distribuite grosso modo tre grandi famiglie di fotorecettori sensibili alle lunghezze d'onda – grandi, medie e corte – che sono le radiazioni visibili. Vedere a colori implica un processo mentale, perché tutto ciò che un fotorecettore sa fare è catturare lo stimolo della luce e analizzarne l'intensità. Così, per sintetizzare un'impressione colorata, il cervello deve confrontare gli input di tutti gli altri fotorecettori. Per "vedere" il colore verde, per esempio, il cervello non si basa solamente sui fotorecettori sensibili al verde, ma coinvolge ugualmente tutti gli altri fotorecettori meno sensibili a questo colore.

## Costanza e relativismo del colore

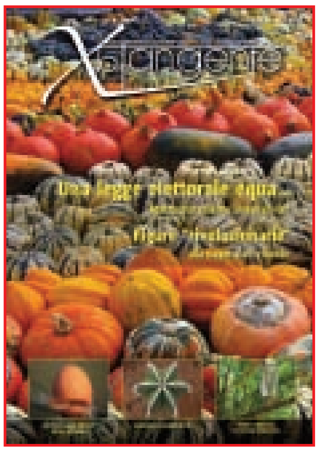
Gli scienziati chiamano "induzione cromatica" i cambiamenti soggettivi del modo in cui un colore ci appare. Vi è già capitato di domandarvi quanto le cose sono davvero chiare oppure scure? Molti pensano che il colore sia un dato oggettivo, e costante nel tempo! È vero che un foglio di carta sembra bianco anche in piena notte, nonostante che in quel preciso momento esso rifletta meno luce di un pezzo di carbone sotto il sole di mezzogiorno. Questo

Foto di Alessandra Brena

fatto si spiega con l'adattamento visivo alle variazioni di luminosità: un oggetto si illumina o si oscura a seconda dell'illuminazione degli oggetti che lo circondano.
L'occhio utilizza dei punti di riferimento, e determina un colore non soltanto a partire dalla frequenza della luce che lo raggiunge, ma soprattutto in rapporto agli altri colori vicini. Il nostro sistema percettivo funziona quindi in base al confronto: un colore sembra più brillante quando è circondato da altri colori complementari (e due colori sono complementari se la somma delle due corrispondenti radiazioni dà luogo alla luce bianca), e sembra più chiaro se è posizionato su uno sfondo scuro. Uno dei meccanismi sottostanti al principio di relatività dei colori si chiama "inibizione laterale" e ha lo scopo di mettere in risalto il contorno degli oggetti e quindi il contrasto, per poterli meglio distinguere dallo sfondo. Senza questo meccanismo, la retina sarebbe semplicemente un rilevatore di luce.
I fotorecettori sono raggruppati sulla retina in campi recettori, e ciascuno di essi tende a inibire la risposta a uno stimolo di un campo recettore vicino; ne deriva quindi che ciò che è chiaro ci appare ancora più luminoso e ciò che è scuro, ancora più cupo. Questo stesso meccanismo si applica evidentemente anche ai colori: quando un campo recettore della retina viene stimolato, quelli vicini diventano meno sensibili a quel colore. Quindi, per esempio, un quadrato blu chiaro su sfondo blu apparirà ai nostri occhi molto più luminoso che non se fosse piazzato su uno sfondo giallo (perché il colore giallo non contiene del blu). Un esempio concreto: lo schermo della televisione o del pc, quando è spento, è completamente grigio. Tuttavia, quando guardiamo un film, noi vediamo tutte le intensità luminose, compreso il NERO... Ma questa è in realtà un'illusione! I contrasti di luminosità sono fonte di innumerevoli e incredibili illusioni ottiche.
Capita a volte che un certo colore assorba la tinta del colore che lo circonda; in questo caso abbiamo a che fare con una "assimilazione cromatica". L'esempio più comune è quello del colore di un muro di mattoni e malta: il colore dei mattoni tende a avvicinarsi a quello della malta. Quello che succede è che il cervello interpreta una griglia di colore (nel nostro caso la malta forma una griglia a maglie rettangolari) come una trasparenza; si tratta di un processo che ha luogo nella corteccia cerebrale. Così, ad esempio, una griglia blu sovrapposta a un fondo arancione tinge quest'ultimo leggermente di blu.



**Questo articolo è già apparso nel numero 29 (ottobre 2011) della rivista cartacea. Vi proponiamo di rileggerlo perché ci sembra un bel complemento al tema che stiamo illustrando in questo fascicolo di *XlaTangente*.**





# Cooperare o non cooperare? Questo è il problema

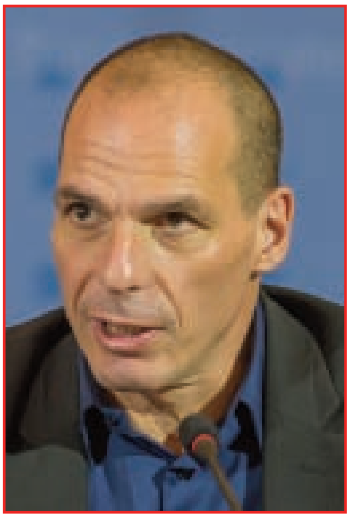
di Giulia Bernardi

Dopo la prima notte di negoziati in Europa tra i ministri dell'Economia, pare che Pier Carlo Padoan abbia fatto notare al ministro greco Yaris Varoufakis che l'eurogruppo deve lavorare unito e le discussioni vanno prese sul serio, non come se si trattasse di "un'esercitazione sul dilemma del prigioniero". La notizia è stata ripresa dai giornalisti, incuriositi anche dal personaggio e dalla carriera di Varoufakis, laureato in matematica, poi ricercatore e professore di Economia, autore di diversi libri tra cui uno interamente dedicato alla Teoria dei Giochi. Forse per queste ragioni il ministro italiano ha commentato la serata di negoziati citando "il dilemma del prigioniero", uno degli esempi più conosciuti e soprattutto più discussi della Teoria dei Giochi. (Nel numero 42 di *XlaTangente* abbiamo parlato di Teoria dei Giochi, se volete fare un ripasso).

Ma che cosa intendeva (probabilmente) il ministro Padoan?
Innanzitutto ecco la situazione da cui ha origine il dilemma del prigioniero: due persone vengono arrestate perché sospettate di aver compiuto insieme un grave crimine; il giudice purtroppo non ha prove sufficienti per condannarli ma solo per accusarli di reati minori. I due prigionieri vengono chiusi in due stanze separate per essere interrogati. Se entrambi confessano, la pena per il crimine che hanno commesso è di 5 anni di prigione; se invece il giudice non riesce a ottenere le prove per il crimine più grave, la pena sarà solo di due anni. Durante l'interrogatorio però, per incentivare la confessione ad entrambi viene fatta la seguente proposta: se confessi e incastri il tuo complice, che invece non confessa, la tua pena sarà scontata a un solo anno di carcere, mentre il tuo complice sconterà tutta la pena per entrambi e starà in prigione per 10 anni.



Pier Carlo Padoan



Yanis Varoufakis

Che cosa fareste se foste voi uno dei due prigionieri? Quale vi sembra essere la vostra scelta migliore: confessare o non confessare?
Se vogliamo usare qualche strumento matematico, possiamo rappresentare questo gioco con una bimatrice (una matrice con due valori): le righe rappresentano le strategie, cioè le possibili azioni, del primo prigioniero, ovvero confessare o non confessare, mentre le colonne forniscono le stesse indicazioni per il secondo prigioniero. A ogni possibile combinazione di strategie è associato l'esito del gioco, in questo caso rappresentato dagli anni di galera che i giocatori dovranno scontare. Quindi se entrambi confessano, l'esito è (5,5) cioè ognuno starà in carcere per 5 anni; se il primo confessa e il secondo no l'esito è (1,10), cioè 1 solo anno per chi ha collaborato con la giustizia e 10 anni per il secondo prigioniero che non ha confessato. E così via.

| | C | NC |
|---|---|---|
| C | (5,5) | (1,10) |
| NC | (10,1) | (2,2) |

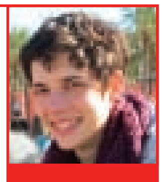
Immaginiamo di essere uno dei due prigionieri, che da solo in una stanza si chiederà quale sia la sua scelta migliore, rispetto a quello che farà l'altro prigioniero: "Se il mio socio confessa, io posso confessare e stare in prigione per 5 anni o non confessare e starci 10 anni... Preferisco solo 5 anni a 10, quindi nel caso lui dovesse confessare, è meglio che anche io confessi. Il mio socio però potrebbe non confessare, così se neanche io confesso finirò in prigione per due anni, ma se invece confesso starò in prigione per un anno solo! Allora se lui non confessa, conviene che io confessi! Qualsiasi cosa faccia l'altro prigioniero, per me è più conveniente confessare per poter stare in prigione meno tempo!".

Il problema è che la situazione è simmetrica, questo ragionamento vale per entrambi i prigionieri e così tutti e due... confesseranno! La soluzione del dilemma del prigioniero è quindi che entrambi i prigionieri confessano e rimangono in prigione per cinque anni o almeno questa soluzione è quello che in Teoria dei Giochi è detto un equilibrio di Nash (Nash è il celebre protagonista interpretato da Russell Crowe nel film *A beautiful mind*): si tratta di una soluzione che è la migliore possibile per ogni giocatore, sotto le ipotesi che i giocatori siano razionali e stiano cercando di ottenere il meglio possibile per se stessi. Si chiama equilibrio, perché nessun giocatore è incentivato a giocare una strategia diversa, cioè se io gioco la strategia prevista dall'equilibrio, anche al mio avversario conviene giocare la sua strategia che porta all'equilibrio di Nash perché deviare dall'equilibrio (scegliere ad esempio di non confessare) non sarebbe per lui vantaggioso (starebbe dieci anni in prigione al posto di cinque).
Osservando la matrice del gioco, però, appare abbastanza evidente che se i prigionieri decidessero di non confessare, otterrebbero entrambi una pena di due anni, decisamente migliore rispetto ai cinque anni. Questo è il motivo per cui il dilemma del prigioniero è tanto famoso e tanto discusso: è un esempio semplice che mette in evidenza una criticità dell'equilibrio di Nash. Nonostante sia la soluzione più razionale per ogni singolo giocatore per garantirsi il meglio rispetto alle scelte degli altri, non è la soluzione più efficiente, cioè la soluzione migliore dal punto di vista più ampio della società (in questo caso di entrambi i giocatori). Ma l'ipotesi di non confessare non è una soluzione di equilibrio perché se io non confesso il mio socio può "tradirmi", confessare, stare meno anni in prigione e condannare invece me a una pena molto più alta. Per poter scegliere questa seconda soluzione è necessario che i due prigionieri abbiano una fiducia incrollabile l'uno nell'altro e siano disposti a cooperare tra di loro non confessando e finendo in prigione solo per due anni.

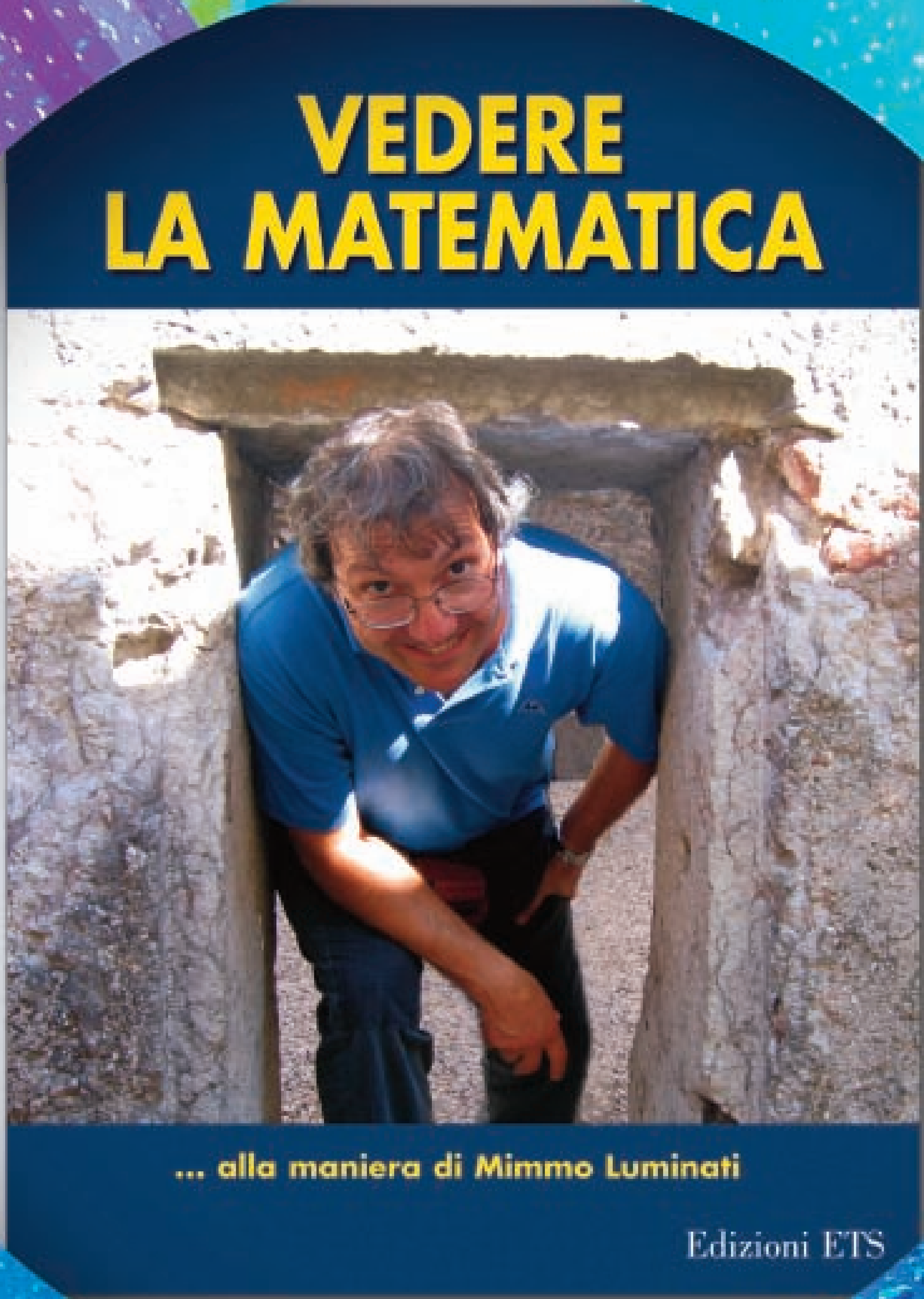
Il dilemma del prigioniero viene usato come modello di studio per molte situazioni politiche ed economiche. Ad esempio, possiamo immaginare i cittadini che devono decidere se pagare o meno le tasse. Se tutti pagassero le tasse, i servizi sarebbero migliori e anche i costi si abbasserebbero; però se non c'è una punizione severa per chi non paga, egoisticamente è più conveniente evadere le tasse e ottenere lo stesso i servizi a spese degli altri contribuenti. Ma se tutti ragionano così ed evadono, l'esito è equivalente ad essere condannati per cinque anni di prigione nel dilemma del prigioniero: servizi peggiori e costi più alti, rispetto alla soluzione di cooperare con gli altri, pagare le tasse (ma ottenere benefici più ampi per tutti).
La letteratura sul dilemma del prigioniero è vastissima: riflessioni teoriche dal punto di vista matematico, politico e psicologico; esperimenti con le persone o con gli animali per studiare quale sia il loro comportamento; modifiche del gioco per svolgerlo più volte di seguito e incentivare così la cooperazione...

Il ministro Padoan avrà voluto ammonire il collega greco per ricordargli che l'obiettivo dell'Unione Europea è comune ed è quello di ottenere il meglio per tutti gli stati membri. Per questo è necessario uscire dal contesto del dilemma del prigioniero in cui bisogna stabilire se fidarsi o meno degli altri partecipanti, ma dare per scontato che lo scopo sia ottenere il meglio possibile per tutti ed entrare in un'ottica di cooperazione e collaborazione.

**Giulia Bernardi**
Laureata in Matematica presso l'Università di Milano-Bicocca, è dottoranda al Politecnico di Milano, dove si sta occupando di Teoria dei Giochi. Interessata agli aspetti divulgativi della matematica, è una fondatrice dell'associazione *PiGreco – Il Luogo ideale*.
giulibernardi@gmail.com



# In uscita a breve questo volume dedicato a Domenico Luminati (Mimmo)




**... uno dei primi compagni di viaggio in molte delle nostre avventure**

# Thinking Mathematics!

di Anna Asti

*Non abbiamo resistito alla tentazione di andare a scoprire che cosa si nasconde dietro un sito che si occupa di matematica e si basa su tre punti fondamentali: eliminare tutto quello che non è necessario, fare le cose semplici, lasciare che la matematica parli da sola. Potete farvene un'idea andando su www.jamestanton.com/*

James Tanton è l'ideatore e curatore di "Thinking mathematics". Lo abbiamo contattato e si è subito reso disponibile a rispondere a qualche domanda per noi. Per chi lo conosce, questa sua disponibilità non è affatto insolita: si tratta di una persona "gioiosa" come il suo approccio alla matematica stessa.

Gli abbiamo chiesto di spiegarci l'obiettivo ambizioso del sito, cioè creare un ponte tra la matematica che sperimentano gli studenti a scuola e la matematica creativa e stimolante esplorata dai matematici, e lui ha risposto così:

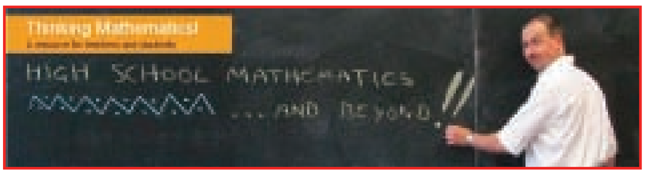
"*Credo che il dono più grande che possiamo offrire alla prossima generazione sia la fiducia necessaria per affrontare le sfide, anche quando non si sanno risolvere subito i problemi, ma imparare ad avere la capacità e la volontà di combattere, di fare qualcosa, di sbagliare, di imparare da quello che si è sbagliato, di provare di nuovo, provare qualcosa di diverso; e quando si è veramente impossibilitati a procedere, fare comunque qualcosa. Voglio insegnare agli studenti a fidarsi del loro buon senso e a perseverare. Dopo tutto, non è questo il modo in cui affrontiamo la vita in generale?*

*Il curriculum di matematica può contribuire a realizzare tutto questo. Non insegniamo più algoritmi per ottenere risposte banali (chi fa ancora a mente la divisione per esteso se vuole conoscere il risultato di 276 diviso 12?); noi insegniamo a sviluppare la fiducia nel pensiero e nella possibilità di trovare una propria strada tra le diverse idee. I miei siti web mostrano come possiamo farlo. Per esempio, potete dare un'occhiata alla seconda sezione del mio corso su www.gdaymath.com. Vi renderete conto di come presento il capitolo delle equazioni quadratiche come una serie di problemi da risolvere.*"

Non ci siamo accontentati di andare a vedere quanto ci ha proposto Tanton e abbiamo esplorato il sito rimanendo particolarmente colpiti proprio dalla sezione che si chiama "Pensare il curriculum!".

È una raccolta di saggi e presentazioni video brevi che riescono a rimuovere la confusione e rivelano la vera semplicità e l'eleganza di pensiero nascosta nel curriculum standard. Qualcuno potrebbe obiettare che si tratta del curriculum di un Paese diverso dal nostro, ed è vero, ma la matematica è sempre matematica e grazie a Tanton si ritrova la gioia di ciò che viene insegnato e imparato!

Volete un esempio? Per chi tra di voi ha sorriso guardando *Die Hard III*, film d'azione in cui Bruce Willis e il suo compagno dovevano risolvere un indovinello su come riempire una tanica con 4 galloni d'acqua, potrà gustare in "Algoritmo euclideo e riempimento di caraffe" la spiegazione di




**James Tanton al lavoro**


come queste tipologie di problemi svolgano un ruolo chiave nella teoria dei numeri, e trovare una dimostrazione efficace del teorema fondamentale dell'aritmetica.

Gli appassionati di orologi antichi non dovrebbero perdersi "Orologi: avete mai notato...?" con la spiegazione di una curiosità sui numeri romani.

Se invece il bimbo nascosto in voi ripensa con nostalgia alle canzoncine in inglese che gli hanno insegnato quando era piccolo, non perdetevi "*Twinkle Twinkle* e la matematica": scoprirete una stupefacente proprietà.

Ce la spiega così l'autore: "Twinkle Twinkle Little Star *è un testo così breve che non vi aspettereste di certo di trovarci un'applicazione dell'algoritmo di Kruskal, come viene spiegato nel video* http://www.jamestanton.com/?p=813*. In effetti per testi così brevi di solito non funziona. Provate anche voi. Riuscite a scrivere una poesia che funzioni meglio di* Twinkle Twinkle?

*Per me, comunque, l'attività che non dovete assolutamente perdervi è "I punti che esplodono". Si tratta di un'idea così stupefacente da unire l'aritmetica della scuola primaria con l'algebra della scuola secondaria e con le serie infinite in teoria dei numeri come pure con questioni matematiche ancora irrisolte. È il workshop più popolare che mi viene chiesto di fare e ci sono comunità che stanno pensando di incorporare questa attività nei loro curricula. Si tratta di una proposta vincente!*".

All'interno della stessa sezione troviamo quelle che Tanton definisce "Lettere matematiche" e che altro non sono che spiegazioni articolate per i video presentati. Per chi avesse qualche difficoltà nel seguire i video in inglese la lettura dei testi potrebbe essere molto più semplice. Tra tutti vi segnaliamo "Perché dobbiamo saperlo?". Se pensate ancora in termini di formule la risposta non potrà che essere che in realtà queste formule probabilmente non ci serviranno mai nella vita. Se, invece, avete compreso il vero spirito con cui Tanton (ma non solo lui!) parla di matematica per imparare a risolvere problemi con capacità critica e adattabilità allora alla domanda proposta si potrà rispondere "*Stiamo imparando tutto questo per la nostra emancipazione culturale e per conquistare una maggior fiducia in noi stessi e nelle nostre capacità*".

L'esplorazione non è ancora terminata e ci soffermiamo sulla sezione denominata "Ispiriamoci al curriculum". Sono brevi attività basate su problemi proposti in competizioni organizzate dalla MAA (Associazione Matematica Americana) e concentrate su un unico foglio in cui vengono illustrati un problema, la sua soluzione e il processo di pensiero che si cela dietro alla soluzione stessa. Nelle lettere di accompagnamento Tanton ci tiene a precisare che, nonostante le indicazioni fornite, il lavoro matematico in classe, le osservazioni e gli sviluppi di ogni attività sono aperti, sono inviti ad ulteriori esplorazioni e scoperte. I nodi concettuali trattati sono molto variegati: dalle proprietà degli angoli di figure piane alla similitudine, dal calcolo di misure di superficie alle proprietà dei solidi.

La fantasia e l'originalità, nonché la dimensione gioiosa dell'imparare e del fare matematica sono davvero il *fil rouge* del mondo di Tanton. E voi? Siete pronti dunque per immergervi in questo mondo fantastico? Non c'è bisogno di respiratori e il tempo volerà in un battibaleno!

**Per chi è interessato a sapere qualcosa in più sul *common core* degli USA suggeriamo di non perdervi il video "Che cos'è il *common core* e che cosa tenta di fare davvero?" disponibile su www.youtube.com/watch?v=j4I-jkUt49I&feature=youtu.be**

**Anna Asti**
Laureata in Matematica all'Università degli Studi di Milano, ha conseguito le abilitazioni all'insegnamento nella Scuola Secondaria di primo e secondo grado. Ha una ventennale esperienza maturata come docente nella scuola e collabora con il Centro "matematita", occupandosi di ricerca nella didattica della matematica e di formazione degli insegnanti.
annaastimariani@gmail.com


# La matematica dei Pink Floyd

## Intervista a Paolo Alessandrini

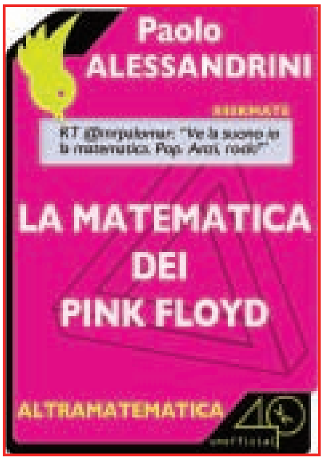




***Pink Floyd pig*** **è il nome dato al "maiale volante" rappresentato nella copertina dell'album *Animals* dei Pink Floyd**

di Anna Betti

"Matematica e Pink Floyd? Che c'entra? Che cosa può avere in comune con la matematica una delle band più importanti della storia del rock, amatissima dal pubblico, protagonista di una lunga parabola artistica costellata di pietre miliari della musica popolare del Novecento? Nulla, apparentemente". Ma… c'è chi addirittura ci ha scritto sopra un libro! Si chiama Paolo Alessandrini ed è l'autore di un e-book intitolato proprio *La matematica dei Pink Floyd*, oltre che delle risposte alle nostre domande.




L'abbiamo intervistato per capire meglio gli estremi di un accostamento così particolare.

**Paolo Alessandrini è ingegnere informatico, affascinato da sempre dall'esplorazione del lato divertente della matematica e dell'informatica. Da qualche anno cerca di condividere questo divertimento con gli altri, scrivendo sul suo blog Mr. Palomar e su riviste divulgative, parlando alla radio e raccontando la matematica ai bambini.**

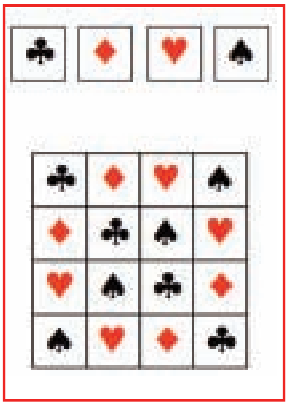
**Matematica e musica: un connubio suggestivo e di cui si trova cenno piuttosto spesso nella divulgazione. Può darci qualche elemento in più? Si tratta delle radici "pitagoriche" delle nostre scale musicali occidentali e dello studio degli intervalli dell'armonia classica o c'è dell'altro?**

Il grande filosofo e matematico Gottfried Wilhelm von Leibniz scrisse: "La musica è il piacere che la mente umana prova quando conta senza essere conscia di contare."

È una frase molto illuminante, che fa luce sulla strettissima connessione tra musica e matematica e sulla natura

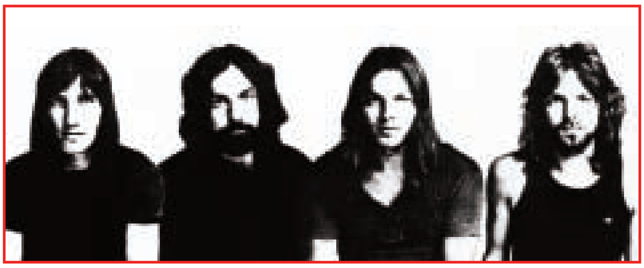
intimamente matematica della musica. Non è un caso che nel Medioevo la musica fosse classificata tra le arti "numeriche" del Quadrivio assieme ad aritmetica, geometria e astronomia, mentre grammatica, retorica e dialettica costituivano le arti filosofico-letterarie del Trivio.
La nostra cultura tende a separare, in modo artificioso e piuttosto insensato, e più rigidamente di quanto si facesse nel Medioevo, le discipline "umanistiche" da quelle "scientifiche". In questo scenario, la musica viene di solito vista unicamente come espressione artistica, trascurando le sue radici matematiche. Eppure la musica è profondamente permeata di matematica in ogni suo aspetto, e questa amalgama di scienza e di arte è, a mio modo di vedere, ciò che rende la musica un fenomeno davvero unico e meraviglioso. Se ci emozioniamo ascoltando il *Requiem* di Mozart o una canzone dei Beatles, lo dobbiamo anche alle strutture matematiche che agiscono dentro le note, per quanto strano possa sembrare.
Non ci sono soltanto la scala pitagorica e la matematica alla base dell'armonia classica, su cui peraltro si potrebbero versare fiumi di inchiostro. Ci sono mille sorprese matematiche nella musica: lo studio delle onde sonore e degli armonici, che intersecano la fisica ma anche la matematica (si pensi alla trasformata di Fourier), la musica aleatoria, che chiama in causa la combinatoria ma anche la teoria della probabilità (tempo fa ho parlato sul mio blog "Mr. Palomar" del curioso gioco musicale di dadi di Mozart, ma anche nel Novecento molti musicisti, come John Cage e Bruno Maderna, si sono dedicati a questo tipo di composizione), l'utilizzo dei numeri di Fibonacci e della sezione aurea nella composizione (da Debussy ai Genesis), e molto altro.
Basterebbe soltanto citare un compositore del Novecento come Olivier Messiaen. Nella sua musica si cela moltissima matematica: simmetrie e complesse strutture combinatorie, ritmi irregolari e additivi, tecniche compositive basate sui numeri primi, modi a trasposizione limitata.

**Lei ha definito i Pink Floyd "il gruppo rock più generoso di spunti matematici", al punto da dedicare alla band e alla matematica che trapela dalle sue opere un libro. Può farci qualche esempio?**
Nella stesura del libro ho cercato di indagare, contestualizzare e approfondire gli spunti matematici presenti non soltanto nella musica dei Pink Floyd, ma anche nei testi e nelle copertine dei loro dischi. Proprio i testi e le copertine hanno offerto gli *assist* più curiosi. L'esempio forse più illuminante emerge dalla copertina di *Ummagumma*, celebre album doppio del 1969. Il primo disco conteneva brani *live*, il secondo pezzi registrati in studio. L'intero lavoro è molto sperimentale, e rappresenta una svolta stilistica dopo i primi due dischi che avevano risentito dell'impronta psichedelica di Syd Barrett.
Questa famosa copertina fu realizzata dallo studio di *design* Hipgnosis. In primo piano si nota subito il chitarrista David Gilmour, seduto, mentre gli altri tre musicisti occupano posizioni diverse fuori dalla porta di casa. Al muro è appesa una fotografia incorniciata. Fin qui nulla di strano. Ma, a ben vedere, la fotografia contiene una scena analoga a quella dell'intera immagine di copertina: i quattro Pink Floyd si trovano nelle stesse posizioni ma ruotati rispetto alla scena iniziale. Un'altra fotografia è appesa al muro, e contiene ancora l'intera scena, con i musicisti ruotati ulteriormente. E così via.
Sembra un gioco di matrioske, o scatole cinesi. In effetti è un meraviglioso esempio di autosimilarità: qualcosa di molto simile all'*autoreferenzialità* e alla *ricorsione*, concetti molto suggestivi e… vertiginosi che in matematica occupano un posto importante. La copertina di *Ummagumma* è un bellissimo esempio di "effetto Droste", dal nome della ditta olandese di cacao che all'inizio del Novecento commercializzò una confezione che esibiva un analogo gioco di autosimilarità grafica (http://misterpalomar.blogspot.it/2011/03/la-matematica-di-ummagumma-parte-1_17.html).
Nel mio libro cerco di chiarire diversi concetti matematici che vengono chiamati in causa da questa suggestione, ad esempio i frattali e le funzioni ricorsive, ma anche alcune sorprendenti connessioni con la letteratura e le arti figurative.
Oltre all'autosimilarità e alla ricorsione, la posizione dei Pink Floyd nella copertina di *Ummagumma* richiama un altro concetto matematico, i quadrati latini. Il primo matematico che li studiò fu, nel Settecento, Leonhard Euler: ai suoi tempi, però, non c'erano gruppi rock, per cui il grande matematico svizzero si dovette accontentare di utilizzare lettere latine per riempire queste interessanti strutture combinatorie!


Dida

**Come è nata l'idea di scrivere questo libro?**
Il libro è nato dall'iniziativa della casa editrice digitale 40K (progetto editoriale di Bookrepublic) e del noto blogger matematico Maurizio Codogno, curatore della collana *Altramatematica*: era appena nata la collana, il cui obiettivo era raccontare la matematica in modo divertente e "pop", e le mie ricerche sui legami tra matematica e musica rock sembravano molto adatte, una volta rielaborate e approfondite, per costituire un nuovo titolo della collana stessa.
Nel mio blog Mr. Palomar, infatti, ho spesso esplorato le connessioni tra matematica e musica (nella mia attività di divulgatore questo connubio ha sempre rappresentato uno dei temi a me più cari) e, più in particolare, tra matematica e musica rock.

**Il libro richiede conoscenze matematiche pregresse? Presenta spiegazioni "tecniche" o è accessibile a tutti? È rivolto a un tipo di pubblico in particolare?**
No, il libro si può leggere senza conoscenze matematiche particolari. Diciamo che l'aritmetica che abbiamo imparato alle elementari è più che sufficiente. Non ci sono parti "tecniche" o difficili, anche se spero che il lettore troverà contenuti stimolanti. È decisamente un libro per tutti, anche se ovviamente chi è già appassionato di matematica o di musica forse lo troverà ancora più interessante.



**Il gruppo dei Pink Floyd in un'immagine del 1971**

Questo è un fatto al quale tengo molto. È vero che la matematica può essere molto difficile, per esempio se studiata a livello universitario: ma è anche vero che molti concetti di fondo, spesso affascinanti e sorprendenti, possono essere compresi senza avere competenze speciali.
Tra l'altro, la "vera" matematica, a mio modo di vedere, è piuttosto diversa dal ricordo che molte persone hanno della materia studiata a scuola: non ha molto a che fare con quei faticosi e ripetitivi calcoli che gli insegnanti ci facevano eseguire, ma ben di più con la capacità di individuare strutture e regolarità all'interno di vari contesti. La matematica "vera", inoltre, è molto più collegata di quanto immaginiamo a discipline diverse, come l'arte, la letteratura e la musica, e in questo libro ho cercato di dare una piccola dimostrazione di questo fatto.
L'intera collana *Altramatematica* si basa su questa convinzione e su questa ambizione: presentare la matematica in modo semplice, divertente, interdisciplinare, accattivante. In altre parole: una "matematica pop". Anche se nel mio caso si dovrebbe meglio parlare di "matematica rock"!

**Lei è un ingegnere informatico appassionato di divulgazione matematica: può raccontarci qualcosa di questo interesse? Come è nato? C'è stato un "evento scatenante"?**
L'interesse per la matematica e per le scienze in genere mi accompagna da sempre. Da bambino ero affascinato dalla bellezza del cielo stellato (e ancora oggi sono appassionato di astronomia). Quando ero ragazzo ho amato alla follia i saggi divulgativi di Isaac Asimov e ricordo di aver più volte sognato di diventare un giorno come lui (divulgatore scientifico, certo, ma magari anche scrittore di fantascienza).
Qualche anno dopo mi innamorai della rubrica di matematica ricreativa della rivista *Le Scienze*, che allora era tenuta da A.K. Dewdney e che aveva avuto in passato altre firme prestigiose come Martin Gardner e Douglas Hofstadter. Cominciai quindi a interessarmi di giochi matematici, soprattutto nella loro connessione con la prospettiva algoritmica, visto che nel frattempo mi ero iscritto a Ingegneria Informatica. Parallelamente continuai a coltivare la mia passione per l'astronomia, e fu nel Circolo Astrofili Veronesi che ebbi le mie prime esperienze di divulgazione.
In realtà, l'attività di divulgazione vera e propria nel campo della matematica è piuttosto recente, e i primi passi in questo percorso sono strettamente legati alla mia collaborazione con il Gruppo Divulgazione Scientifica Dolomiti, una bella associazione bellunese che promuove la scienza attraverso laboratori, conferenze, pubblicazioni, trasmissioni radiofoniche e altro. Nel gennaio 2011 creai, quasi per gioco, il mio blog "Mr. Palomar", che un po' alla volta è diventato una cosa "seria" (ma non troppo) e mi ha regalato molte soddisfazioni.

**Invece per quanto riguarda la musica? Ha particolari interessi anche in ambito musicale, al di là delle relazioni musica/matematica? Suona qualche strumento? Qual è il suo gruppo musicale preferito? Proprio i Pink Floyd o c'è qualche amore meno… matematico?**
Sono nato e cresciuto in una famiglia di musicisti. Mio padre, Giuseppe Alessandrini, è un noto compositore, le mie due sorelle sono rispettivamente una concertista e docente di arpa al Conservatorio e una insegnante di educazione musicale alla scuola media. Nonostante abbia scelto un percorso professionale diverso da quello musicale, qualche gene musicale forse ce l'ho anch'io, anche se non coltivato a dovere. Non suono strumenti, ma da diversi anni canto in un coro come basso, e questa attività mi piace molto. Mi piace moltissimo ascoltare musica, sono curioso di ogni cosa che riguarda la musica, e amo spaziare tra il genere cosiddetto "classico" di ogni epoca, il jazz, e il rock.
Quanto ai gruppi musicali, devo confessare che i Pink Floyd non sono proprio in cima alle mie preferenze: certo, mi piacciono molto, ma la mia *band* preferita sono i Beatles. Purtroppo, come dice spesso anche il curatore di *Altramatematica*, Maurizio Codogno, anche lui beatlesiano convinto, non uscirà mai un libro intitolato "La matematica dei Beatles", perché gli spunti sono (purtroppo) davvero esigui. Certo, i Pink Floyd sono stati per me un'eccellente alternativa!

I Pink Floyd sono stati uno dei più famosi gruppi rock del Novecento. Rappresentativo della psichedelia inizialmente e successivamente del rock progressivo, nasce in Inghilterra a metà degli anni Sessanta del secolo scorso grazie all'incontro di uno studente di pittura (Roger Keith Barrett, conosciuto come Syd, anima creativa della *band*, cantante e chitarrista), e degli studenti di architettura Roger Waters (bassista), Nick Mason (batterista) e Rick Wright (tastierista), e deve il suo nome alla combinazione dei nomi di battesimo di due *bluesmen* americani, Pink Anderson e Floyd Council. Caratteristiche del gruppo sono la sperimentazione sonora e un'attenta ricerca della spettacolarità visiva, parte integrante dei suoi concerti.
Il primo successo arriva nel 1967 con l'album *The Piper at the Gates Of Dawn*; dopodiché Syd Barrett comincia a manifestare sintomi di disturbi psichici, dovuti probabilmente all'assunzione frequente di Lsd, e si assenta sempre di più dal gruppo. La *band* ingaggia allora il chitarrista David Gilmour, amico di infanzia di Barrett e Waters, e continua la sua attività, pur con numerosi dissidi interni sin dai primi anni Ottanta (è dell'85 l'abbandono del gruppo da parte di Waters), fino al 1995, sciogliendosi definitivamente nel 2006. I grandi successi sono, dopo The Piper at the Gates Of Dawn, *Ummagumma* (1969), *Atom Heart Mother* (1970), *The Dark Side of the Moon* (1973), The Wall (1979).

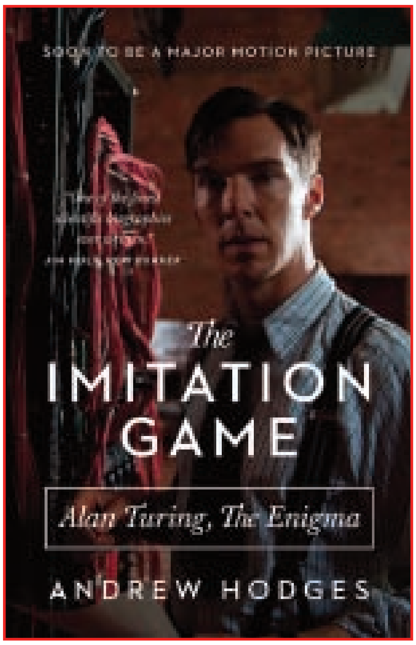
# The Imitation Game

## L'enigma di un genio

di Antonella Testa

Dopo le 5 nomination – ma nessun premio – ai *Golden Globe*, il film ha concorso per 8 statuette agli Oscar 2015, tra cui le più prestigiose: "Miglior film", "Miglior attore protagonista", "Miglior regista", e ha vinto quella per "Miglior sceneggiatura non originale". Parliamo di *The Imitation Game* (di Morten Tyldum, 2014; il trailer ufficiale è qui), basato sulla biografia *Alan Turing. Storia di un enigma*, di Andrew Hodges.

Manchester, 1951. Il celebre matematico e crittografo inglese Alan M. Turing (1912-1954), oggi riconosciuto come il padre dell'informatica e dell'intelligenza artificiale, è stato arrestato per atti osceni. L'agente Nock sospetta che possa nascondere qualcosa e lo incalza in un interrogatorio che vuole andare a fondo della sua personalità e della sua storia. Turing si racconta e sullo schermo scorre la sua biografia. Un susseguirsi di *flashback* e *flashforward* compongono a mano a mano tre momenti fondamentali della sua vita: nel 1928 il giovane Turing è studente alla Sherborne School, legge libri di crittoanalisi; è già chiara la sua spiccata attitudine scientifica, ma il carattere schivo e strano lo isola da tutti i compagni, fatta eccezione per Cristopher Morcom, al quale è legato da profonda affinità e che morirà di lì a poco per malattia.




**La locandina del film**

Tra il '39 e i primi anni '40 è il secondo momento: siamo a Bletchley Park, campus a 75 km da Londra. Turing è nel ristretto e segretissimo *team* di menti che devono decifrare i messaggi della macchina *Enigma*, con cui i tedeschi criptano le informazioni strategiche ogni giorno con impostazioni diverse. Tra non poche ostilità, Turing mette a punto una macchina che decifra i messaggi e dà un contributo sostanziale alla vittoria degli alleati nella II Guerra Mondiale. Il terzo momento – a partire dal 1951 – inizia con l'arresto di Turing per la sua omosessualità, allora reato in Gran Bretagna, e tutte le angherie che deve subire, fino all'accettazione della castrazione chimica in alternativa al carcere. Turing muore suicida nel 1954.

Del film avevamo già fatto cenno nel giugno 2012 (n. 33 di *XlaTangente*, allora in versione cartacea). Era il momento delle celebrazioni del centenario della nascita del matematico e del film non erano nemmeno iniziate le riprese, anzi, ancora si discuteva di acquisizione di diritti, registi e interpreti possibili. La *The Weinstein Company* si è poi aggiudicata i diritti della sceneggiatura per 7 milioni di dollari! Una bella cifra ma, al momento in cui scrivo, il film ha già incassato 17 volte tanto! Uscito nel 2014 (a 60 anni dalla morte di Turing), è nelle sale italiane da inizio 2015.

Per interpretare il ruolo di Turing, a Leonardo Di Caprio, che sembrava il favorito, è stato preferito Benedict Cumberbatch, un attore inglese da noi poco conosciuto, ma già distintosi per altri ruoli, tra cui quello dell'astrofisico Stephen Hawking in un film per la Tv di una decina di anni or sono.
Una scelta assolutamente vincente, perché, complice anche la somiglianza fisica, la sua interpretazione magistrale è a mio parere il punto di maggiore forza del film. Ironia della sorte, Cumberbatch ha perso la corsa all'Oscar come "Miglior attore protagonista" con Eddie Redmayne, che ha interpretato proprio Stephen Hawking in *La teoria del tutto* e che gli aveva già strappato il *Golden Globe*.
Incisiva anche l'interpretazione di Alex Lawther nel ruolo di Turing ragazzino, in piena congruenza con Turing adulto. Altrettanto va detto di Keira Knightley, che interpreta una figura influente del film, la giovane crittoanalista Joan Clarke del gruppo di lavoro di Turing. Knightley era candidata all'Oscar come "Miglior attrice non protagonista". Gli altri passano inevitabilmente in secondo piano, sebbene diversi siano di valore: tra tutti, Matthew Goode, che è Hugh Alexander, il geniale campione di scacchi per un po' a capo del gruppo, ora in competizione ora in sinergia con Turing.

I 112 minuti del film scorrono in un soffio perché è godibile e appassionante; la sceneggiatura è forte e la regia ben curata; la musica di Alexandre Desplat, ben eseguita dalla *London Simphony Orchestra*, ha lo stesso registro emozionale del film. Ma chi conosce Turing e la storia di cui è stato protagonista può avere reazioni avverse, perché gli scostamenti dai fatti reali sono molti.

Personalmente, trovo irrilevante che l'arresto di Turing sia collocato nel 1951 invece che nel 1952. Irrilevante anche che il detective Nock falsifichi un documento nel 1951 con il bianchetto, inventato solo qualche anno dopo.
Giudico però puerile la resa del carattere di Turing. Scontroso, pieno di sé e sicuro della sua genialità, è del tutto incapace di gestire i rapporti sociali (nemmeno nella più semplice situazione di un invito dei colleghi per la pausa pranzo), ma gli basta qualche consiglio dell'affezionata Joan per ammorbidire i toni e trovare un minimo di armonia nel gruppo.

Anche il racconto di una storia in realtà molto complessa avviene in modo troppo semplicistico. La decifrazione di Enigma non fu solo merito di 4-5 geni chiusi nella baracca di Bletchley Park: al *campus* lavoravano migliaia di crittoanalisti e Turing decifrò Enigma con una macchina che si basava su un primo prototipo polacco, la Bomba. A partire dalle idee di Turing fu realizzata la celebre Colossus, progenitore dei computer, a cui Turing continuò a lavorare dopo la guerra.
Lo spettatore comprende invece dal film che l'intera vita di Turing è legata a doppio filo a una sola macchina di nome Cristopher, che ha il ruolo di motore emozionale e che non a caso porta il nome di quel ragazzino di cui Turing si era infatuato a scuola.
Certo la scelta è coerente con il tratto distintivo del film, tutto basato su sotterfugi, segreti da tenere ben nascosti, diversità da non mostrare, e che è dichiarato fin dal titolo. *The Imitation Game* si ispira liberamente al test di Turing illustrato in un articolo del 1950, che occupa una scena cardine del film: l'agente chiede a Turing: "Può una macchina pensare?", "La sua è una domanda stupida. È ovvio che le macchine non possono pensare come le persone; una macchina è diversa da una persona e pensa in modo diverso", dice lui, e continua "La domanda interessante è: Poiché qualcosa la pensa in modo diverso da noi può forse voler dire che non sta pensando? ... Qual è il punto di avere gusti diversi, avere diverse preferenze se non mostrare che i cervelli lavorano diversamente, e noi pensiamo diversamente? E se diciamo questo delle persone non possiamo dire lo stesso di cervelli fatti di rame e acciaio e cavi?". "E questa è la sua pubblicazione? Qual è il titolo?". "Il gioco dell'imitazione; è una sorta di test per stabilire se si ha davanti una macchina o un essere umano".



**Particolare della scultura dedicata a Alan Turing, realizzata in ardesia da Stephen Kettle ed esposta a Bletchey Park**

Inoltre il film è stato duramente accusato di aver offeso la memoria di Turing. Nel film, infatti, Turing copre John Cairncross, membro del suo *team*, quando capisce che è una spia sovietica. Nella realtà, Cairncross non faceva parte del team e Turing non l'ha probabilmente nemmeno mai incontrato nei vialetti di Bletchley. Un'inaccettabile infamia, un'accusa di tradimento che è un'offesa del tutto gratuita.

Il film mostra debolezza anche quando vuole affidare agli scienziati, e a Turing in particolare, le decisioni sulle azioni strategico-operative da intraprendere a seguito della decifrazione dei messaggi nazisti, relegando a un ruolo di second'ordine i più alti gradi militari e gestendo in modo sbrigativo e discutibile una questione delicata come la responsabilità etica dello scienziato.

Critiche a parte, il film resta molto piacevole e ci teniamo a chiudere citando una delle molte scene incisive. Uno scorbutico e saccente Turing, che sta per iniziare il suo lavoro a Bletchley, mette tutti a tacere a proposito del metodo per decifrare Enigma: "Si tratta di decifrare 159 milioni di milioni di milioni di possibili impostazioni ogni giorno. Non dobbiamo fare altro che provarle tutte. Ma se avessimo 10 uomini a controllare 1 impostazione al minuto per 24 ore al giorno e 7 giorni alla settimana, per impedire un attacco imminente bisognerebbe fare controlli che richiedono 20 milioni di anni in 20 minuti! Per questo sto progettando una macchina che ci permetterà di decifrare ogni messaggio ogni giorno all'istante". È necessario affidarsi a una macchina perché qualunque tentativo, anche con le più brillanti teste, risulterebbe fallimentare.
È una scena molto efficace perché, sebbene non aiuti a comprendere i principi della crittografia, né le teorie di Turing, comunica con immediatezza quanto sia importante la scelta della strada giusta, del metodo giusto, quando si ha di fronte una sfida scientifica che appare impossibile.
È quello che ha fatto Turing e che l'ha consacrato tra i grandi della scienza del XX secolo.

**Antonella Testa**
**Ha conseguito la laurea in Fisica e il dottorato in Storia della Fisica; si occupa di Storia della scienza, Storia della strumentazione fisico-astronomica e di Comunicazione scientifica presso l'Università degli Studi di Milano. Cura e collabora a iniziative di diffusione di cultura scientifica tra cui, dal 1997, il festival del film e del documentario scientifico *Vedere la Scienza Festival*, di cui dirige il programma.**
antonella.testa@unimi.it

# L'angolo del direttore

**H**o ricevuto questa lettera da una lettrice che si sta interogando sul perché andare avanti a fare ricerca (con i problemi) e che domanda anche a noi – a me e ai lettori – di dare le nostre risposte. Ecco qui il suo testo.

### Dal profondo del laboratorio

*Primo giorno. Stabulario 2x5 metri, caldo soffocante e un odore sgradevole, gabbiette metalliche con una saracinesca frontale, barre al neon perennemente accese, impianto di aerazione e condizionamento stabile fra i 27-30 gradi. Al centro un bidone colmo di mangime; poco lontano, accanto a un lavabo profondissimo, un secchio pieno di vasetti di vetro incrostati; il muro un garbuglio di fili di nylon da cui penzolano palline rosse o pezzetti di carta con puntini colorati o foto di facce alcune a testa in giù e senza capelli. In ciascuna gabbia un pulcino di qualche ora, un vasetto d'acqua, uno di cibo e una pallina rossa sospesa al centro.*

*Il disorientamento passa dopo qualche settimana, la puzza no, ma ci si abitua a tutto e, dopo qualche anno, è diventato un odore rassicurante e familiare.*

*I primi due anni, partendo da un progetto pilota, abbiamo ideato parecchie procedure sperimentali per verificare se i pulcini fossero in grado di usare l'informazione spaziale fornita da una superficie riflettente, come uno specchio, per navigare congruentemente ad essa l'ambiente che li circonda. Abbiamo inventato le procedure sperimentali di* training *e* test*, prendendo spunto dalla letteratura precedente. Ogni giorno addestravo i soggetti dei due gruppi sperimentali ad uno ad uno per poterli sottoporre al test il venerdì, raccogliendo i dati online in griglie da analizzare off-line in un secondo momento.*

*Ogni lunedì, ricominciavo con nuovi soggetti. Molte volte, l'analisi dei dati ci ha suggerito di cercare nuove procedure per porre al meglio la domanda sperimentale ai nostri soggetti; quindi ubbidendo con creatività alle statistiche ci siamo inventati nuove strategie e creati nuovi apparati sperimentali. In questo modo, è andata avanti un'impresa che ha fatto ridere i più e della quale molti non hanno capito l'utilità pratica (ché è ricerca di base). Evito di spiegare l'utilità di ciò che abbiamo fatto e continuiamo a fare, confidando in chi, come me, ha trovato nella ricerca la spinta passionale, la forza mattutina per alzarsi, un fine per cui continuare a lottare. Questa passione non cancella i pianti su quelle percentuali e su quei grafici infarciti dei tuoi dati, delle tue fatiche che spesso non portano ad alcuna conclusione (o pubblicazione – ma qui la polemica è ben altra e meriterebbe un'argomentazione a sé).*

*E allora perché continuare? Per un motivo che accomuna tutti quelli che hanno sentito come propria anche solo qualche frase che ho scritto e cioè: non c'è un arrivo per la ricerca ed è questo che mi dà quello che non ho trovato altrove! Malgrado non vi siano certezze, è pur sempre possibile muoversi, anche nel dubbio, percependo un'ebbrezza trascinante e coinvolgente che ti sostiene nei momenti più difficili e sembra suggerirti che l'importante è continuare!*

*Scrivo alla redazione di* XlaTangente *per domandare a voi e ai lettori quale sia la vostra esperienza al riguardo. Perché non condividerla?*

*Elena Lorenzi*

Ed ecco qui alcune osservazioni.
La lettera di Elena Lorenzi tocca uno dei punti nevralgici della formazione e del lavoro dei ricercatori. Molti di noi hanno passato, e non è escluso che lo rifaranno, momenti difficili nei quali ci sembrava di essere entrati in un labirinto, in un tunnel senza via d'uscita: ipotesi che non producono gli effetti sperati, errori di valutazione che hanno condotto in un vicolo cieco, momenti di disorientamento in cui non è così facile trovare le motivazioni per continuare, come domanda Elena.

Quanto a me, non credo di essere in grado di fornire una risposta esaustiva: da un lato non ho ancora una sufficiente esperienza per risposte complete sull'argomento, dall'altro va maturando in me la convinzione che non vi siano risposte complete. L'ebbrezza trascinante e coinvolgente menzionata nella lettera di Elena è una sorta di forte spinta che può essere dettata da motivi diversi: un pizzico di ambizione, il desiderio di diventare famosi per una scoperta o un'invenzione, la volontà di contribuire al miglioramento delle condizioni umane (specialmente in medicina e nelle cosiddette neuroscienze), la capacità di prevedere quali saranno le esigenze dell'essere umano di domani.
Credo, però, che la vera spinta propulsiva a continuare sia la curiosità di conoscere, di comprendere, di cambiare e di mettersi continuamente in gioco. Sappiamo riconoscere quando scatta il meccanismo di "curiosare" – in senso positivo – ma sappiamo anche che non c'è un punto di arrivo, un traguardo perché, capito qualcosa, il ricercatore è spronato a comprendere qualcosa d'altro, proprio come dice la lettera arrivata in redazione.
Se da un lato il fatto che non vi siano certezze può sembrare sconcertante, dall'altro, dopo un po', questa mancanza è proprio uno degli aspetti più affascinanti e coinvolgenti, a volte in maniera ossessiva. Come non ricordare la grande scienziata Marie Curie con la sua determinazione, da taluni definita abnegazione, ad estrarre il radio a costo di rimetterci anche l'uso delle mani? Oppure grandi scienziati come Charles Darwin o letterati come Dante Alighieri, i quali hanno continuato la loro impresa titanica fino alla loro morte? Come dimenticare l'ostinazione di Cristoforo Colombo nella sua ricerca delle Americhe, anche addirittura dopo giorni di navigazione in cui la vita degli uomini dell'equipaggio di tre imbarcazioni stava per essere messa a repentaglio?
La lista potrebbe continuare con altre storie, dato che i ricercatori, più o meno famosi che siano, si sono sempre trovati in qualche *impasse* nel loro cammino... Certamente, i livelli a cui loro sono arrivati sono anche il frutto di tanti altri ricercatori che, magari dimenticati, hanno portato avanti lo stesso, con passione e determinazione, il loro sogno, la loro ricerca, ma...
Mi sembra quindi che di motivi per continuare ce ne siano tanti, alcuni di maggior rilievo, altri meno nobili, compresa quella possibilità di avere un lavoro che da un po' di anni a questa parte non sembra così scontata, anche nel mondo della ricerca. Tutti conosciamo i problemi legati al precariato e all'emigrazione, soprattutto per i giovani studiosi italiani, vogliamo lo stesso sperare che da questo tunnel, alla fine, si intravvedrà un po' di luce...

La Via delle Immagini

# Sorriso di sole, ombra di luna